Aufgabe 8

In einer Stadt A werden in einem Monat 632 Jungen und 563 Mädchen geboren. Die Wahrscheinlichkeit einer Jungengeburt liegt in der Bundesrepublik bei p=0,514.

a) Wenn man von sämtlichen Neugeburten der Bundesrepublik in einem Jahr eine Stichprobe vom Umfang N=36 zieht, wie groß sind dann folgende Wahrscheinlichkeiten:
   (1) es sind nur Jungen,
   (2) die ersten 18 Geburten sind Jungen, alle 18 danach Gezogenen sind Mädchen,
   (3) von den 36 Geburten sind 18 Mädchen und 18 Jungen,
   (4) dass mehr als 20 Jungen in der Stichprobe sind ?

b) Mit welcher Anzahl von Mädchen- und Jungengeburten wäre in der oben genannten Stadt in dem besagten Monat zu rechnen gewesen ? Kann man das mit Hilfe einer Zahl charakterisieren ?

c) Wieviele Einwohner hat diese Stadt schätzungsweise, wenn die Geburtenrate auf 1000 Einwohnern pro Jahr 17 beträgt ? Kommentieren Sie Ihr Ergebnis.

d) Eine Tageszeitung behauptet, dass in dieser Stadt A die Jungengeburten wesentlich häufiger seien als in der gesamten Bundesrepublik. Nehmen Sie zu dieser Behauptung Stellung, indem Sie eine für die Fragestellung geeignete Nullhypothese (und auch die zugehörige Gegenhypothese H_1) formulieren und prüfen, ob diese sich auf einem passenden Signifikanzniveau zurückweisen lässt.

e) Erläutern Sie an Hand der Rechnung zu Punkt d) die Bedeutung des Signifikanzbegriffes und was man unter ein- oder zweiseitiger Fragestellung versteht. Welche Art der Fragestellung sollte in d) gewählt werden und welchen Einfluss hat die Art der Fragestellung auf die Rechnung. Wie wirkt sich das auf die endgültige Beurteilung der Daten aus ?

f) Wie groß muss ein Stichprobenumfang mindestens sein, der sich zum Ziel setzt, nachzuweisen, dass im Allgemeinen mehr Jungen als Mädchen in der Bundesrepublik geboren werden ? Stellen Sie allgemeine Überlegungen dazu an und verwenden Sie auch die oben im Text gegebene Wahrscheinlichkeit als Orientierungshilfe.

Lösungen

Teil-auf-gabe	Erwartete Lösungswege und Ergebnisse zur Aufgabe 8 bzw. V2.2	Zuordnung und vorgesehene Bewertung I	II	III
a	(1): $(0{,}514)^{36}=3{,}93\cdot10^{-11}$ (2): $(0{,}514)^{18}\cdot(0{,}486)^{18}=1{,}43\cdot10^{-11}$ (3): (36 über 18)$\cdot(0{,}514)^{18}\cdot(0{,}486)^{18}=0{,}1302$ (4): bv(36;0,514;21;36)=0,2534 (Berechnung mit Hilfe der binomialen Verteilung).	2 3 3 2		
b	$E(X)=1195\cdot0{,}514=614{,}23$ also mit etwa 614 Jungen. Das Eintreten eines ganz konkreten Ergebnisses ist jedoch immer sehr unwahrscheinlich, daher muss ein Bereich angegeben werden. die Standardabweichung wäre: $\sigma=\sqrt{1195\cdot0{,}514\cdot0{,}486}=17{,}28$ also schätzt man die Zahl auf: $597 \le X \le 632$	2	3	
c	$\frac{1195}{17}\cdot1000\cdot12 = 843529$ Einwohner. (neues Problem, III) Hier ist ein ähnlicher Kommentar wie in b) erforderlich, die Abschätzung eines Bereiches ist schwieriger und wird nicht erwartet.	2		2
d	Dazu müsste ein Vertrauensintervall berechnet werden. Die Fragestelung könnte einseitig oder zweiseitig formuliert werden (Beides soll akzeptiert werden). Eine zweiseitige Fragestellung wäre aber angebrachter, sie würde lauten: H_0: $p_0=0{,}514$, $\alpha = 0{,}05$, H_1: $p \neq 0{,}514$ $\mu - 1{,}96\cdot\sigma \le X \le \mu + 1{,}96\cdot\sigma$ $580{,}37 \le X \le 648{,}09$ d.h. die Anzahl der Jungengeburten liegt noch innerhalb des berechneten Vertrauensintervalls und man muss die Nullhypothese annehmen.	2	3 2	
e	Erläuterung des Signifikanzbegriffes. Erläuterung ein- und zweiseitige Fragestellung. Da die Zeitung keinen Grund angibt, müsste die Frage-stellung zweiseitig formuliert werden. Bei einseitiger Fragestellung würde sich leichter eine Signifikanz ergeben, weil für das Vertrauensintervall nur am einen Ende der Verteilung ein Bereich abgeschnitten wird (III).		3 3 3 2	2
f	H_0: $p = 0{,}5$ gegen H_1: $p > 0{,}5$ die Fragestellung ist hier eindeutig einseitig. (eigenständig zu überlegen, III) Man geht von dem empirisch ermittelten Wert $p_J = 0{,}514$ aus und es sei $\alpha = 0{,}05$. dann müsste: $0{,}5\cdot n < n\cdot p - 1{,}645\cdot s$ gelten. Daraus ergibt sich: $0{,}5 < 0{,}514 - 1{,}645\cdot\sqrt{\frac{0{,}514\cdot0{,}486}{n}}$, Auflösung nach n ergibt: $n > 3448{,}86$		3 3	2
	Summe:	16	25	6
	in Prozent:	34	53	13
	Gesamt:	34	50	13
	in Prozent:	35	52	13