

	Erwartete Lösungswege und Ergebnisse www.helmut-hupfeld.de	Zuordnung und vorgesehene Bewertung		
		I	II	III
a	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es keinen Infizierten in einer Gruppe von 10 Individuen gibt, ist: $p_0=(1-0,04)^{10}$. Daraus ergibt sich für den Erwartungswert: $E(X) = 20000 \cdot 0,6648 + 11 \cdot 20000 \cdot 0,3352 = 8704$. Das entspricht gegenüber den 20000 Untersuchungen bei Verfahren 1 einer Ersparnis von 56,48%.	2	3	
b	Begründung für den Ergebnisraum. X_m stellt für die Schüler durch den Zusatz "pro untersuchter Gruppe" eine ungewohnte Zufallsgröße dar. Daher sollen sie die Aufgabenstellung erst einmal für $m=10$ bearbeiten, um sich einzudenken. Aus $P(X_m=1)=p^m$ und $P(X_m=m+1) = 1-p^m$ folgt: $E(X_m) = (m+1) \cdot (1-p^m) + p^m = m + 1 - mp^m$.	4	4	
c	Auch hier ist wieder der Bezug auf "pro Person" ein erschwerendes Element. $D(m)$ ergibt sich folgendermaßen: $D(m) = \frac{m-(m+1-mp^m)}{m} = p^m - \frac{1}{m}$, $D'(m) = \ln(p) \cdot p^m + \frac{1}{m^2}$. Für $D'(m)=0$ ergibt sich $m=5,54$. Es kommen also $m=5$ oder $m=6$ in Frage, was noch zusätzlich geprüft werden muss. Für $m=6$ ergibt sich eine geringfügig höhere Ersparnis. Die zweite Frage ist mit Hilfe der Ungleichung: $1 < mp^m$ zu lösen. Die Ungleichung kann nicht nach p aufgelöst werden und muss mit dem Taschenrechner näherungsweise gelöst werden. Sie ergibt: $p < 0,7418$.	2	3 5	3
d	Diesen Aufgabenteil habe ich gegenüber der früheren Einreichung 1988 hinzugefügt, um noch eine offene Aufgabenstellung hineinzubringen. Man könnte hier z.B. an eine erneute Aufteilung der Blutproben denken, wenn man in einer Mischung eine positive Reaktion gefunden hat.			3
Summe: 29		8	15	6

Begründungen für die Zuordnungen

In a sind einige kleinere sehr einfache Rechnungen durchzuführen. Im gedanklichen Hauptteil ist ein Transfer bzgl. der Berechnung von Wahrscheinlichkeiten und dem Erwartungswert zu erbringen.

Für b gilt: im Unterricht kamen vor allen Dingen binomial und normal verteilte Zufallsgrößen vor, andere Beispiele wurden natürlich auch besprochen, können aber nicht als gut eingeübt bezeichnet werden. Insofern stellt dieser Aufgabenteil erhöhte Anforderungen an die Schüler im Transferbereich.

Der Aufgabenteil c ist aus mehreren Gründen nicht einfach. Zum einen soll die Ersparnis auf eine Person bezogen werden, zum anderen ist auch die Ableitung nicht einfach zu berechnen. Auch das Aufstellen von Gleichungen für Extremwertaufgaben fällt den Schülern sehr schwer. Daher fällt hier ein relativ großer Teil der zu erbringenden Leistung in die Kategorie III.

In d wird gar keine bestimmte Lösung erwartet. Sie bleibt dem Einfallsreichtum der Schüler vorbehalten. Ein Beispiel dafür, was hier kommen könnte, habe ich oben eingetragen.