Mündliche Abiturprüfung 2005 LK-Mathematik Zusatzprüfung	
Thema: Analysis und Geometrie	
Fachlehrer: www.helmut-hupfeld.de	Schüler:

Gegeben sei die Funktionenschar f_t mit der Funktionsgleichung:

$$f_t(x) = (x^2 - t) \cdot e^{-x}$$

a) Berechnen Sie die ersten beiden Ableitungen f_t' und f_t''.
b) Ermitteln Sie für welche Werte von t es Nullstellen, Extremstellen und Wendestellen gibt.
c) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f ohne viele Funktionswerte zu berechnen (eventuell für die Nullstellen, Extremstellen und Wendestellen).
d) Ausgehend von diesem Graphen besprechen Sie, wie sich die Graphen mit wachsendem oder fallendem t verändern.

Unvorbereitete Zusatzfragen für die mündliche Prüfung:

Gegeben seien die beiden Ebenen E_1 und E_2. Wie kann man feststellen, wie diese Ebenen zueinander liegen?

$$E_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix} + l \cdot \begin{pmatrix}1\\3\\3\end{pmatrix} \qquad E_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix}2\\1\\4\end{pmatrix} + m \cdot \begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix} + n \cdot \begin{pmatrix}-2\\-1\\4\end{pmatrix}$$

Darüber soll dann ein Gespräch geführt werden, in dem verschiedene geometrische Probleme angesprochen werden können.
Eventuell zu errechnende Zwischenlösungen werde ich zur Verfügung stellen, damit keine Zeit für Rechnungen aufgewandt werden muss.

Erwartete Lösungen zur schriftlich gestellten Aufgabe:

$$f_t'(x) = -(x^2 + 2x + t) \cdot e^{-x} \qquad f_t''(x) = (x^2 - 4x + 2 - t) \cdot e^{-x}$$

Nullstellen: $x_{n1}=\sqrt{t}$ oder $x_{n2}=-\sqrt{t}$ also für t=0 eine doppelte Nullstelle (daher liegt hier dann auch eine Extremstelle) und für t>0 zwei einfache Nullstellen.
Extremstellen: $x_{e1}=1+\sqrt{1+t}$ oder $x_{e2}=1-\sqrt{1+t}$
also für t=-1 doppelte Nullstelle von f´, was einer Sattelstelle entspricht, für t>-1 zwei einfache Extremstellen.
Wendestellen: $x_{w1}=1+\sqrt{2+t}$ oder $x_{w2}=1-\sqrt{2+t}$
also für t=-2 doppelte Nullstelle von f´´, was keiner echten Wendestelle entspricht, für t>-2 zwei einfache Wendestellen.