Abiturprüfung Frühjahr 2005	Leistungsfach Mathematik
Fachlehrer: www.helmut-hupfeld.de	
Aufgabe 1	

Gegeben sei folgende Funktionenschar f_k mit der Funktionsgleichung:

$$f_k(x) = (kx - x^2)e^{kx - x^2} - k \qquad k \in \Re$$

a) Untersuchen Sie das Verhalten der Graphen für $|x| \rightarrow \infty$.
Machen Sie sich ein Bild von der Funktionenschar, indem Sie die Graphen für k=-1 und k=1 vom Rechner exemplarisch zeichnen lassen und übertragen Sie eine Skizze davon in einem geeigneten Maßstab auf Papier.
Zeigen Sie, dass es drei Extrempunkte gibt, die folgende y-Koordinaten besitzen:

$$y_{e1} = -\frac{1}{e} - k \qquad y_{e2} = \frac{k^2}{4} e^{\frac{k^2}{4}} - k \qquad y_{e3} = -\frac{1}{e} - k$$

Erörtern Sie, ob es sich bei den Extremstellen um Hoch- oder Tiefpunkte handelt (ohne Verwendung der 2. Ableitung).

b) Berechnen Sie die Ortskurve auf der die Hochpunkte liegen.
Bestimmen Sie den Hochpunkt mit der kleinsten y-Koordinate näherungsweise.

c) Zeigen Sie, dass die Graphen symmetrisch zur Geraden $x = \frac{k}{2}$ verlaufen.

d) Versuchen Sie abschließend die Graphen nach der Anzahl und Art der Nullstellen zu klassifizieren.
Berücksichtigen Sie dabei die Verläufe der Graphen in Bezug auf ihre Asymptoten und die Lage der Extrempunkte.