

Aufgaben zur Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung

www.helmut-hupfeld.de

Variationen ohne Wiederholung

Aus 20 Fußballmannschaft

Aus 20 Spielern soll eine Fußballmannschaft von 11 Spielern zusammengestellt werden. Auf wieviele Arten ist das möglich ?

Lauter verschiedene Ziffern

Bei wievielen Zahlen zwischen 1000 und 9999 kommen in der Dezimalschreibweise lauter verschiedene Ziffern vor ?

Frankaturmöglichkeiten

Die Post will eine Briefmarkenserie mit 4 Frankaturwerten herausgeben. Die Druckerei bietet dafür 8 verschiedene Farben an. Wieviele Möglichkeiten gibt es, wenn jede der 4 Marken eine andere Farbe haben soll ?

Variationen mit Wiederholung

Telefonnetzkapazität

Welches ist die theoretische Kapazität eines Telefonnetzes mit 7-stelligen Nummern ?

Permutationen ohne Wiederholung

Personen auf einer Gartenbank

Auf wieviele Arten können sich fünf Personen auf einer Gartenbank niederlassen ?

Summe aus sämtlichen 4-stelligen Zahlen

Man bestimme die Summe aus sämtlichen 4-stelligen Zahlen, die aus den 4 Ziffern 1,3,5,7 gebildet werden können. (Jeger 17)

8 Türme auf einem Schachbrett

Auf wieviele Arten kann man 8 Türme auf einem Schachbrett aufstellen, wenn diese sich gegenseitig nicht bedrohen sollen ?

Permutationen mit Wiederholung

fünfstellige Zahlen aus den Ziffern 2,2,3,4,4

Wieviele fünfstellige Zahlen lassen sich aus den Ziffern 2,2,3,4,4 bilden ?

Anzahl der 8-stelligen Sequenzen

Man bestimme die Anzahl der 8-stelligen Sequenzen aus 5 Zeichen A und 3 Zeichen B, in denen die Zeichen A nicht nebeneinander stehen sollen.

8 Bücher auf drei Schüler verteilen

Auf wieviele Arten kann man 8 Bücher auf drei Schüler verteilen, wenn Hans 2, Karl und Fritz je 3 bekommen sollen ?

Kombinationen ohne Wiederholung

Flußüberfahrt 12 Personen

Eine Gesellschaft aus 12 Personen muß für eine Flußüberfahrt auf 3 Boote aufgeteilt werden. Das 1. Boot faßt 3, das 2. Boot 4 und das 3. Boot 5 Personen. Auf wieviele Arten kann die Gesellschaft auf die drei Boote aufgeteilt werden, wenn

a) die drei Meiers auf einem Boot fahren wollen ?

b) keine Einschränkung vorgenommen wird ?

Schokolade brechen

Eine Schokolade ist mit 8 Querrinnen zum Brechen versehen. Auf wieviele Arten kann die Tafel in 2 oder mehrere Stücke entlang dieser Rinnen gebrochen werden ?

3 Kinder beschenken

Der Weihnachtsmann möchte drei Kinder beschenken. Er hat 9 verschiedene Geschenke zur Verfügung. Jedes Kind soll drei Geschenke in einer Tüte erhalten.

- a) Auf wieviele Arten kann er die Kinder beschenken ?
- b) Auf wieviele Arten kann er die drei Tüten zusammenstellen ?

Kombinationen mit Wiederholung

6 Spatzen auf 10 Dächern

Wieviele Möglichkeiten gibt es dafür, daß sich 6 nicht zu unterscheidende Spatzen auf 10 Dächer verteilen ?

Zusammengesetzte Probleme

Worte aus maximal 4 Buchstaben

Wieviele Worte aus maximal 4 Buchstaben lassen sich aus 26 Buchstaben bilden ?

Würfel Full House

Wieviele Möglichkeiten gibt es mit 5 Würfeln einen Drilling und ein Pärchen zu werfen ?

Wahrscheinlichkeiten berechnen

Eichhörnchen

In einem Park leben drei braune und zwei rote Eichhörnchen, denen zum Sonnenbaden 8 verschiedene Bäume zur Verfügung stehen. Jedes Eichhörnchen wähle zufällig einen dieser Bäume aus.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit p , daß auf keinem Baum mehr als ein Eichhörnchen in der Sonne liegt ?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit q , daß sich ein rotes und zwei braune Eichhörnchen auf einem Baum gemeinsam sonnen und die beiden übrigen Eichhörnchen auf verschiedenen Bäumen liegen ?

Lotto p für verschiedene Gewinnklassen

3) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit beim Lotto

- a) 6 Richtige und Superzahl,
- b) 6 Richtige
- c) 5 Richtige und Zusatzzahl
- d) 5 Richtige
- e) 4 Richtige
- f) 3 Richtige und Zusatzzahl,
- g) 3 Richtige zu erzielen ?

Lotto Systemtipp

Ein Lottospieler möchte nach folgendem System spielen: Er wählt sich $k \cdot 6$ Zahlen aus den 49 aus und tippt dann alle möglichen Kombinationen von 6 Zahlen aus diesen k Zahlen genau einmal. Da das Ausfüllen der Zipscheine recht mühsam ist, schlägt der Spieler der Lottogesellschaft vor, die k Zahlen in einem einzigen Tip anzukreuzen. Der Spieler muß dafür natürlich einen höheren Betrag bezahlen. Bei der Gewinnausschüttung darf er dafür auch mit anderen Auszahlungen rechnen.

Welchen Einsatz muß der Spieler bezahlen und mit welchen Gewinnausschüttungen kann er bei 3, 4, 5, 5 und Zusatzzahl, 6 Richtigen rechnen ?

Anordnungen am Konferenztisch (Rektor)

Der Rektor einer Schule lädt zu einer Konferenz ein. Es nehmen 8 Lehrer an der Konferenz teil. Unter ihnen sind die beiden Lehrer A und B, die nicht gut aufeinander zu sprechen sind. Die Konferenzteilnehmer mögen sich zufällig an den Tisch setzen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit p , daß der Rektor C und der Prorektor D unmittelbar nebeneinander sitzen und daß die Lehrer A und B nicht unmittelbar nebeneinander sitzen, wenn :

- a) der Konferenztisch ein langer Tisch ist und alle Lehrer nebeneinander sitzen ,
- b) der Konferenztisch rund ist ?

Aus 3 Ehepaaren 3 Personen auswählen

Aus drei Ehepaaren werden zufällig 3 Personen ausgewählt. Man berechne die Wahrscheinlichkeit p , daß sich unter diesen 3 Personen

- a) mindestens 2 Männer sind,
- b) höchstens 2 Männer sind,
- c) ein Ehepaar und ein weiterer Mann ist.

Aus 4 Frauen und fünf Männern 4 auswählen

Aus vier Frauen und fünf Männern soll ein Ausschuß von vier Personen gebildet werden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei einer rein zufälligen Auswahl

- a) 2 Frauen und 2 Männer in den Ausschuß gelangen ?
- b) 3 Frauen und 1 Mann in den Ausschuß gelangen ?

Auslosung von Studienplätzen

An einem Auslosungsverfahren für 1000 Studienplätze für Medizin nahmen 6 Abiturienten aus Stadt A teil. Sie erhielten die Platznummern 601, 610, 623, 680, 910 und 941. Diese Bewerber zweifelten die Chancengleichheit bei der Auslosung mit dem Argument an, daß 4 und nochmals 2 von ihnen in der gleichen Hundertergruppe waren. Sie meinten, daß bei einer gleichwahrscheinlichen Auslosung die 6 Zahlen gleichmäßiger verteilt sein müssten. Nehmen Sie dazu begründet Stellung.

Würfel 186-mal Wahrscheinlichkeiten mit Tab. und Normalverteilung

Ein Würfel wird 186 mal geworfen. Drücken Sie folgende Wahrscheinlichkeiten mathematisch aus und berechnen Sie sie mit der beigefügten Tabelle. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß

- a) 29 mal die 6 erscheint ?
- b) die 5 weniger als 27 mal geworfen wird ?
- c) die 2 weniger als 28 mal aber häufiger als 34 mal geworfen wird ?
- d) Geben Sie ein Intervall für X (Anz. der "2") so an, daß X in dieses mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 70%, bzw. 95% Sicherheit fällt.
- e) Berechnen Sie die entsprechenden Intervalle aus c) mit Hilfe der Normalverteilung.

Klassentreffen im El Mulino

Zum Klassentreffen haben sich 30 ehemalige Schüler im Restaurant "Il Mulino" verabredet. Der Organisator hatte dabei nicht bedacht, daß im Großraum München drei Restaurants mit diesem Namen existieren. Jeder geht auf gut Glück in eines dieser Restaurants.

- a) Wieviele Mitschüler sind im Schwabinger " Il Mulino" zu erwarten ?

- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit treffen sich dort mehr als $\frac{2}{3}$ der Exschüler ? (Mit Hilfe der Normalverteilung zu berechnen).
- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt keiner (kommen alle) dorthin (Exakte Wahrscheinlichkeiten) ?
- d) Tatsächlich kommen dreizehn dorthin.
- 1) Wie wahrscheinlich ist das (Exakte Wahrscheinlichkeit) ?
 - 2) Bei welcher Wahrscheinlichkeit $p = P(\text{"Entscheidung fürs Schwabinger Il Mulino"})$ ist diese Zahl am wahrscheinlichsten ?
Berechnen Sie dazu das Maximum der Funktion $B(30;p;13)$.

Äpfel auslosen

4 Kinder A,B,C,D losen um 4 Äpfel, 2 große und 2 kleine. Sie werfen der Reihe nach eine Münze. Wer Adler wirft erhält einen großen Apfel, wer Zahl wirft einen kleinen, bis nur noch große oder kleine Äpfel vorhanden sind. Diese werden dann denen, die noch nicht geworfen haben zugeteilt.

- a) Ist das Verfahren gerecht, d.h. hat jedes Kind die gleiche Chance einen großen oder einen kleinen Apfel zu erhalten ?
- b) Ist es für je zwei von ihnen gleich wahrscheinlich, daß beide einen großen Apfel erhalten ? (Also A und B, A und C usw.)
- c) Ist dasselbe Verfahren der Aufteilung gerecht, wenn 3 Kinder E,F,G um 1 großen und zwei kleine Äpfel losen ?