

Potenzen und Potenzgesetze

Die Potenz x^n ist das Produkt aus gleichen Faktoren x , die n -mal vorkommen.

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_n$$

Dabei ist $x \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$

$$\text{Es gilt : } x^1 = x$$

Anmerkung: Potenzen mit dem Exponenten 2 heißen
Quadratzahlen.
Potenzen mit dem Exponenten 3 heißen
Kubikzahlen.

Bei negativer Basis und geradem Exponenten ist der Wert
positiv.

Bei negativer Basis und ungeradem Exponenten ist der Wert
negativ.

Potenzgesetze:

1. $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$ für alle $x \in \mathbb{R}$ und $m, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$
2. $x^n : x^m = x^{n-m}$ für alle $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $m, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$; $n > m$
Hinweis: Ein Quotient kann auch als Bruchterm stehen.
3. $x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$
4. $x^n : y^n = (x : y)^n$ für alle $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$
und $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$
Hinweis: Ein Quotient kann auch als Bruchterm stehen.
5. $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$ für alle $x \in \mathbb{R}$ und $m, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$
6. $x^0 = 1$ für alle $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$
7. Der Term x^0 mit $x = 0$ ist nicht bestimmt, weil dafür kein Wert festgelegt ist.

Begründung: $5^0 = 1$; $4^0 = 1$; $3^0 = 1$; $2^0 = 1$; $1^0 = 1$;
 $0^5 = 0$; $0^4 = 0$; $0^3 = 0$; $0^2 = 0$; $0^1 = 0$;

Logarithmen und -gesetze

1. Der **Logarithmus von y zur Basis a** (mit $a > 0$; $a \neq 1$; $y > 0$) - $\log_a y$ - ist diejenige Zahl, mit der a potenziert wird, um y zu erhalten.

Folgende Gleichungen sind gleichwertig:
 $x = \log_a y$ und $a^x = y$

2. Der Logarithmus zur Basis 10 heißt **Zehnerlogarithmus** und wird mit **lg** abgekürzt.

$$x = \log_{10} 100 = \lg 100 = 2, \\ \text{weil } 10^2 = 100$$

$$\text{Es gilt: } \log_a y = \frac{\lg y}{\lg a}$$

3. 1. Logarithmengesetz:

$$\lg (a \cdot b) = \lg a + \lg b$$

4. 2. Logarithmengesetz:

$$\lg (a : b) = \lg a - \lg b$$

5. 3. Logarithmengesetz:

$$\lg (a^x) = x \lg a \quad x \in \mathbb{R}$$

6. 4. Logarithmengesetz:

$$\lg (\sqrt[x]{a}) = \frac{1}{x} \lg a \quad x \in \mathbb{R}^+$$