



Äquivalenzumformungen I

Erweitern und Kürzen

1. Aufgabe: Bringe folgende Bruchterme auf den angegebenen Nenner.

a) $\frac{20b}{4a} = \frac{\quad}{16a^2}$

b) $\frac{12a}{13x} = \frac{\quad}{169x^2}$

c) $\frac{4m}{2n} = \frac{\quad}{8n + 24np}$

d) $\frac{7s + 3z}{5} = \frac{\quad}{15s - 5z}$

2. Aufgabe: Bringe folgende Bruchterme auf den gegebenen Nenner und fasse

den Zähler so weit wie möglich zusammen.

a) $\frac{10}{c + 4d} = \frac{\quad}{3c + 12d}$

b) $\frac{b - a}{a - b} = \frac{\quad}{b - a}$

c) $\frac{20}{6s + 7t} = \frac{\quad}{36s^2 - 49t^2}$

d) $\frac{2e}{e + f} = \frac{\quad}{e^2 + 2ef + f^2}$

3. Aufgabe: Erweitere den 1. und 2. Term auf den gemeinsamen Hauptnenner.

1. Term	2. Term	Hauptnenner	1. erweiterter Term	2. erweiterter Term
$\frac{5}{4a}$	$\frac{10}{12ab}$			
$\frac{a + b}{6a - 18b}$	$\frac{1}{6a}$			
$\frac{1 + n}{7mn^2}$	$\frac{1 - 5n}{7m^2n}$			



Äquivalenzumformungen I

Erweitern und Kürzen

1. Aufgabe: Bringe folgende Bruchterme auf den angegebenen Nenner.

a) $\frac{20b}{4a} = \frac{80ab}{16a^2}$

b) $\frac{12a}{13x} = \frac{156ax}{169x^2}$

c) $\frac{4m}{2n} = \frac{16mn + 48mnp}{8n + 24np}$

d) $\frac{3s + z}{5} = \frac{9s^2 - z^2}{15s - 5z}$

2. Aufgabe: Bringe folgende Bruchterme auf den gegebenen Nenner und fasse

den Zähler so weit wie möglich zusammen.

a) $\frac{10}{c + 4d} = \frac{30}{3c + 12d}$

b) $\frac{b - a}{a - b} = \frac{a - b}{b - a}$

c) $\frac{20}{6s + 7t} = \frac{120s - 140t}{36s^2 - 49t^2}$

d) $\frac{2e}{e + f} = \frac{2e^2 + 2ef}{e^2 + 2ef + f^2}$

3. Aufgabe: Erweitere den 1. und 2. Term auf den gemeinsamen Hauptnenner.

1. Term	2. Term	Hauptnenner	1. erweiterter Term	2. erweiterter Term
$\frac{5}{4a}$	$\frac{10}{12ab}$	12ab	$\frac{15}{12ab}$	$\frac{10}{12ab}$
$\frac{a + b}{6a - 18b}$	$\frac{1}{6a}$	6a(6a - 18b)	$\frac{6a^2 + 6ab}{6a(6a - 18b)}$	$\frac{6a - 18b}{6a(6a - 18b)}$
$\frac{1 + n}{7mn^2}$	$\frac{1 - 5n}{7m^2n}$	7m ² n ²	$\frac{m + mn}{7m^2n^2}$	$\frac{n - 5n^2}{7m^2n^2}$



Äquivalenzumformungen II

Addition und Subtraktion

Bringe die Bruchterme auf den Hauptnenner und fasse zusammen.

a) $\frac{3x+5y}{3z} - \frac{2y-7}{3z} + \frac{10x+14}{3z} =$

b) $\frac{x+3y}{4} - \frac{2y-9}{12} + \frac{11x+23}{6} =$

c) $\frac{x+17y}{z+1} - \frac{2y-4}{2+2z} + \frac{x+17}{3z+3} =$

d) $\frac{z+17}{ab} - \frac{w-2}{3de} + \frac{z+13}{15c} =$

e) $\frac{x+17y}{y+12} - \frac{2y-4}{24+2y} + \frac{x+17}{3y+36} =$



Äquivalenzumformungen II

Lösungen

Bringe die Bruchterme auf den Hauptnenner und fasse zusammen.

$$a) \frac{3x+5y}{3z} - \frac{2y-7}{3z} + \frac{10x+14}{3z} = \frac{3x+5y-2y+7+10x+14}{3z} = \frac{13x+3y+21}{3z}$$

$$b) \frac{x+3y}{4} - \frac{2y-9}{12} + \frac{11x+23}{6} = \frac{3x+9y}{12} - \frac{2y-9}{12} + \frac{22x+46}{12} = \frac{25x+7y+55}{12}$$

$$c) \frac{x+17y}{z+1} - \frac{2y-4}{2+2z} + \frac{x+17}{3z+3} = \frac{6x+102y}{6z+6} - \frac{6y-12}{6+6z} + \frac{2x+34}{6z+6} = \frac{8x+96y+46}{6z-6}$$

$$d) \frac{z+17}{ab} - \frac{w-2}{3de} + \frac{z+13}{15c} =$$

$$\frac{15cdez + 105cde}{15abcde} - \frac{5abcw - 10abc}{15abcde} + \frac{abdez + 13abde}{15abcde}$$

$$e) \frac{x+17y}{y+12} - \frac{2y-4}{24+2y} + \frac{x+17}{3y+36} =$$

$$\frac{6x+102y}{6y+72} - \frac{6y-12}{72+6y} + \frac{2x+34}{6y+72} = \frac{8x+96y+46}{6y+72}$$



Äquivalenzumformungen III

Multiplikation und Division

Schreibe als Bruch.

a) $\frac{4+x}{7-x} \cdot 5 =$ _____ b) $8 \cdot \frac{1+x}{2-x} =$ _____

c) $\frac{4+x}{7-x} \cdot 10x^2 =$ _____ d) $8x^2 \cdot \frac{1+x}{2-x} =$ _____

e) $\frac{4+x}{7-x} : 10 =$ _____ f) $8 : \frac{1+x}{2-x} =$ _____

g) $\frac{4+x}{7-x} : (-10x) =$ _____

h) $8x : \frac{1+x}{2-x} =$ _____

i) $x^2 \cdot \left(\frac{2}{x} - \frac{3}{4x} \right) =$ _____

k) $\left(\frac{x-3}{15} \right) : (x-3) =$ _____

l) $\frac{10ax}{17bz} \cdot \frac{51b^2z^3}{50ax^2} =$ _____

m) $\frac{(a-1)^2}{a+1} : \frac{a^2+1}{a} =$ _____



Äquivalenzumformungen III

Multiplikation und Division

Schreibe als Bruch.

$$a) \frac{4+x}{7-x} \cdot 5 = \frac{20+5x}{7-x}$$

$$b) 8 \cdot \frac{1+x}{2-x} = \frac{8+8x}{2-x}$$

$$c) \frac{4+x}{7-x} \cdot 10x^2 = \frac{40x^2+10x^3}{7-x} \quad d) 8x^2 \cdot \frac{1+x}{2-x} = \frac{8x^2+8x^3}{2-x}$$

$$e) \frac{4+x}{7-x} : 10 = \frac{4+x}{70-10x}$$

$$f) 8 : \frac{1+x}{2-x} = \frac{16-8x}{1+x}$$

$$g) \frac{4+x}{7-x} : (-10x) = \frac{4+x}{-70x+10x^2}$$

$$h) 8x : \frac{1+x}{2-x} = \frac{16x-8x^2}{1+x}$$

$$i) x^2 \cdot \left(\frac{2}{x} - \frac{3}{4x} \right) = \frac{2x^2}{x} - \frac{3x^2}{4x} = 2x - \frac{3}{4}x = 1\frac{1}{4}x$$

$$k) \left(\frac{x-3}{15} \right) : (x-3) = \frac{1}{15}$$

$$l) \frac{10ax}{17bz} \cdot \frac{51b^2z^3}{50ax^2} = \frac{a}{b} \cdot \frac{3b^2z^2}{50x} = \frac{3ab^2z^2}{50bx}$$

$$m) \frac{(a-1)^2}{a+1} : \frac{a-1}{(a+1)^2} =$$

$$\frac{(a-1)^2}{a+1} \cdot \frac{(a+1)^2}{a-1} = (a-1)(a+1) = a^2 - 1$$



Äquivalenzumformungen IV

Bruchgleichungen

Bestimme den Definitionsbereich und die Lösungsmenge, wenn $G = Q$.

a) $\frac{z-1}{z-2} = \frac{z-2}{z-1}$ HN: _____ D = _____
L = {_____}

b) $\frac{a-2}{a-3} = \frac{a-2}{a-1}$ HN: _____ D = _____
L = {_____}

c) $\frac{b+2}{b-5} = \frac{b-4}{b+1}$ HN: _____ D = _____
L = {_____}

d) $\frac{u-1}{1+u} = \frac{u-3}{5+u}$ HN: _____ D = _____
L = {_____}

e) $\frac{5+m}{m-3} = \frac{m+2}{m-4}$ HN: _____ D = _____
L = {_____}

f) $\frac{4+p}{p-2} = \frac{-p-6}{p-2}$ HN: _____ D = _____
L = {_____}

g) $\frac{t-2}{t-4} = \frac{t-3}{t-2}$ HN: _____ D = _____
L = {_____}

h) $\frac{6+v}{v-8} = \frac{v-5}{3+v}$ HN: _____ D = _____
L = {_____}

i) $\frac{4x-5}{9x-5} = \frac{4(2x-4)}{18x-26}$ HN: _____ D = _____
L = {_____}



Äquivalenzumformungen IV

Bruchgleichungen

Bestimme den Definitionsbereich und die Lösungsmenge, wenn $G = Q$.

- a) $\frac{z-1}{z-2} = \frac{z-2}{z-1}$ HN: $(z-2)(z-1)$ $D = Q \setminus \{1; 2\}$
 $L = \{1, 5\}$
- b) $\frac{a-2}{a-3} = \frac{a-2}{a-1}$ HN: $(a-3)(a-1)$ $D = D = Q \setminus \{1; 3\}$
 $L = \{2\}$
- c) $\frac{b+2}{b-5} = \frac{b-4}{b+1}$ HN: $(b-5)(b+1)$ $D = Q \setminus \{-1; 5\}$
 $L = \{3\}$
- d) $\frac{u-1}{1+u} = \frac{u-3}{5+u}$ HN: $(1+u)(5+u)$ $D = Q \setminus \{-1; -5\}$
 $L = \{1\}$
- e) $\frac{5+m}{m-3} = \frac{m+2}{m-4}$ HN: $(m-3)(m-4)$ $D = Q \setminus \{3; 4\}$
 $L = \{7\}$
- f) $\frac{4+p}{p-2} = \frac{-p-6}{p-2}$ HN: $(p-2)$ $D = Q \setminus \{2\}$
 $L = \{-5\}$
- g) $\frac{t-2}{t-4} = \frac{t-3}{t-2}$ HN: $(t-4)(t-2)$ $D = Q \setminus \{2; 4\}$
 $L = \{3\}$
- h) $\frac{6+v}{v-8} = \frac{v-5}{3+v}$ HN: $(v-8)(3+v)$ $D = Q \setminus \{-3; 8\}$
 $L = \{1\}$
- i) $\frac{4x-5}{9x-5} = \frac{4(2x-4)}{18x-26}$ HN: $(9x-5)(9x-13)$ $D = Q \setminus \{\frac{5}{9}; \frac{13}{9}\}$
 $L = \{5\}$



Äquivalenzumformungen V

Bruchungleichungen

a) $\frac{x}{2x+1} + \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$

HN: _____ D =

L = {_____}

b) $\frac{5}{4+3d} + \frac{12}{8+6d} < \frac{11}{10}$

HN: _____ D =

L = {_____}

c) $\frac{9y}{4+5y} - \frac{9+7y}{5y-4} \geq \frac{10y^2+8}{25y^2-16}$

HN: _____ D =

L = {_____}

d) $\frac{z-1}{4+z} - \frac{z-5}{z-2} > \frac{2z^2-2z-3}{z^2+2z-8}$

HN: _____ D =

L = {_____}

e) $\frac{2v-3}{2v-6} + \frac{v-1}{v-3} - \frac{4v-3}{4v-12} < \frac{1}{2}$

HN: _____ D =

L = {_____}

f) $\frac{10a-6}{10a-5} - \frac{7a-3}{6a-3} + \frac{3a-1}{2a-1} < \frac{4}{4}$

HN: _____ D =

L = {_____}

g) $\frac{3g-2}{6g} + \frac{4}{3g} \geq 0$

HN: _____ D =

L = {_____}



Äquivalenzumformungen V

Bruchungleichungen

a) $\frac{x}{2x+1} + \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$

HN: $2x(2x+1)$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-0,5; 0\}$

$L = \{x \mid x \leq -\frac{2}{3}\}$

b) $\frac{5}{4+3d} + \frac{12}{8+6d} < \frac{11}{10}$

HN: $10(8+6d)$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-\frac{4}{3}\}$

$L = \{d \mid d > 2\}$

c) $\frac{9y}{4+5y} - \frac{9+7y}{5y-4} \geq \frac{10y^2+8}{25y^2-16}$

HN: $25y^2-16$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-0,8; 0,8\}$

$L = \{y \mid y \geq -\frac{44}{109}\}$

d) $\frac{z-1}{4+z} - \frac{z-5}{z-2} > \frac{-3z-3}{z^2+2z-8}$

HN: z^2+2z-8 $D = \mathbb{Q} \setminus \{-4; 2\}$

$L = \{z \mid z > -25\}$

e) $\frac{2v-3}{2v-6} + \frac{v-1}{v-3} - \frac{4v-3}{4v-12} < \frac{1}{2}$

HN: $4v-12$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{3\}$

$L = \{v \mid v < -1\}$

f) $\frac{10a-6}{10a-5} - \frac{7a-3}{6a-3} + \frac{3a-1}{2a-1} < \frac{4}{4}$

HN: $60(2a-1)$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{0,5\}$

$L = \{a \mid a > 0,3\}$

g) $\frac{3g-2}{6g} + \frac{4}{3g} \geq 0$

HN: $6g$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$L = \{g \mid g \geq -2\}$