



# Bruchgleichungen - Regeln

(Regeln und Lösungswege)

Gleichungen können verschiedene Formen annehmen. Enthält eine Gleichung oder mindestens einen Bruchterm, so spricht man von einer

## Bruchgleichung.

Der Lösungsweg erfordert :

1. die Bestimmung der Grundmenge (aus der die zugelassenen Zahlen entstammen) und der Definitionsmenge (Der Nenner darf nicht den Wert 0 annehmen!)

Beispiel: 
$$\frac{3x}{x+1} = \frac{5x}{x-2} \quad G = \mathbb{N}_0 \quad \text{und} \quad D = \mathbb{N}_0 \setminus \{2\}$$

Wenn die Zahl 2 für die Variable x eingesetzt wird, wird einer der Nenner 0, ebenso bei  $(-1) \notin \mathbb{N}_0$ .

Es darf nicht durch 0 dividiert werden!  
Alle übrigen Zahlen aus  $\mathbb{N}$  sind erlaubt.

2. die Bestimmung des Hauptnenners (HN).

HN:  $(x-2)(x+1)$       Beide Faktoren sind teilerfremd.

3. das Erweitern auf den Hauptnenner:

$$\frac{3x(x-2)}{(x+1)(x-2)} = \frac{5x(x+1)}{(x-2)(x+1)}$$

4. die Multiplikation mit dem Hauptnenner.

$$\frac{3x(x-2)}{(x+1)(x-2)} = \frac{5x(x+1)}{(x-2)(x+1)} / \cdot (x-2)(x+1)$$

$$\frac{3x(x-2)(x+1)(x-2)}{(x+1)(x-2)} = \frac{5x(x+1)(x+1)(x-2)}{(x-2)(x+1)}$$

5. das Kürzen. (Jetzt fallen alle Nenner weg.)

$$3x(x-2) = 5x(x+1)$$

6. das Lösen linearer Gleichungen nach den bekannten Äquivalenzumformungen.

$$3x^2 - 6x = 5x^2 + 5x \quad / - 3x^2$$

$$-6x = 2x^2 + 5x \quad / + 6x$$

$$0 = 2x^2 + 11x$$

$$0 = x \cdot (2x + 11)$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \vee x \cdot (2x + 11) = 0, \text{ also } x_2 = -5,5$$

$$L = \{0\}, \text{ weil } -5,5 \notin \mathbb{N}_0$$



# Bruchgleichungen - Regeln

(Regeln und Lösungswege)

Ungleichungen können verschiedene Formen annehmen. Enthält eine Ungleichung mindestens einen Bruchterm, so spricht man von einer

## Bruchungleichung.

Der Lösungsweg erfordert :

1. die Bestimmung der Grundmenge (aus der die zugelassenen Zahlen entstammen) und der Definitionsmenge (Der Nenner darf nicht den Wert 0 annehmen!)

Beispiel: 
$$\frac{3x}{-(x+1)} < \frac{5x}{x-2} \quad G = N_0 \quad \text{und} \quad D = N_0 \setminus \{2\}$$

Wenn die Zahl 2 für die Variable x eingesetzt wird, wird einer der Nenner 0, ebenso bei  $(-1) \notin N_0$ . Es darf nicht durch 0 dividiert werden!

Alle übrigen Zahlen aus N sind erlaubt.

2. die Bestimmung des Hauptnenners (HN).

HN:  $(x - 2) \cdot [-(x + 1)]$       Beide Faktoren sind teilerfremd.

3. das Erweitern auf den Hauptnenner:

$$\frac{3x(x-2)}{-(x+1)(x-2)} < \frac{5x(x+1)}{(x-2) \cdot [-(x+1)]}$$

4. die Multiplikation mit dem Hauptnenner.

$$\frac{3x(x-2)}{-(x+1)(x-2)} < \frac{5x(x+1)}{(x-2) \cdot [-(x+1)]} / \cdot (x-2) [-(x+1)]$$
$$\frac{3x(x-2)[-(x+1)](x-2)}{-(x+1)(x-2)} > \frac{5x(x+1)[-(x+1)](x-2)}{(x-2)[-(x+1)]}$$

5. das Kürzen. (Jetzt fallen alle Nenner weg.)

$$3x(x-2) > 5x(x+1)$$

6. das Lösen linearer Gleichungen nach den bekannten Äquivalenzumformungen.

$$\begin{aligned} 3x^2 - 6x &> 5x^2 + 5x \quad / - 3x^2 \\ -6x &> 2x^2 + 5x \quad / + 6x \\ 0 &> 2x^2 + 11x \\ 0 &> x \cdot (2x + 11) \\ \Rightarrow x_1 &> 0 \vee x \cdot (2x + 11) > 0, \text{ also } x_2 > -5,5 \\ L &= N \end{aligned}$$