Ähnlichkeitsgeometrie I

1. Aufgabe: Zeichne ein gleichschenkliges Dreieck, ein Rechteck, ein Parallelogramm und einen Kreis.
Verkleinere diese Figuren

a) um ein Drittel.

b) Vergrößere sie auf das 1,5fache.

2. Aufgabe: a) Zeichne einen Würfel mit der Kantenlänge a = 4 cm und verkleinere diesen um die Hälfte.

b) Zeichne einen Quader mit den Kantenlängen a = 2 cm, b = 3 cm und c = 4 cm und vergrößere diesen auf das Dreifache.

3. Aufgabe: Zeichne in ein Koordinatensystem (1 Einheit = 1 cm) das Zentrum Z und das Dreieck ABC mit A(1|4), B(2|1) und C(6|1). Strecke das Dreieck von Z aus mit dem Faktor k.

a) Z(1|0) und k = 2 b) Z(1|0) und k = -1

c) Z = B und k = -1,5

Gib die Koordinaten von A', B' und C' an. Vergleiche die Dreiecke bzgl. ihrer Winkel.

4. Aufgabe: Strecke das Dreieck ABC mit A(-5|-5), B(7|3) und C(-5|6)

a) von Z = A aus mit k = 1,5

b) von Z = C aus mit k = 0,5

5. Aufgabe: Zeichne ein Rechteck ABCD mit a = 5,2 cm und b = 4,4 cm. Bilde das Rechteck durch eine zentrische Streckung mit dem Zentrum B so ab, dass der Schnittpunkt der Diagonalen der Bildpunkt D' wird.
Konstruiere die Bildfigur.

6. Aufgabe: Konstruiere ein Dreieck aus a = 6 cm, b = 3 cm und c= 5 cm.

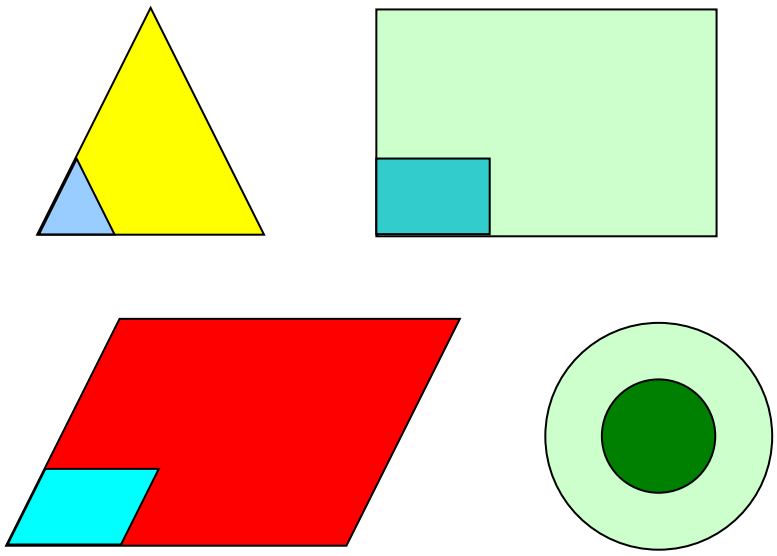
a) Konstruiere ein ähnliches Dreieck, wenn a = 3 cm.
b) Konstruiere ein ähnliches Dreieck, wenn c = 10 cm.
c) Konstruiere ein ähnliches Dreieck, wenn s_b = 1,5 cm.

© Maria Niehaves 2023

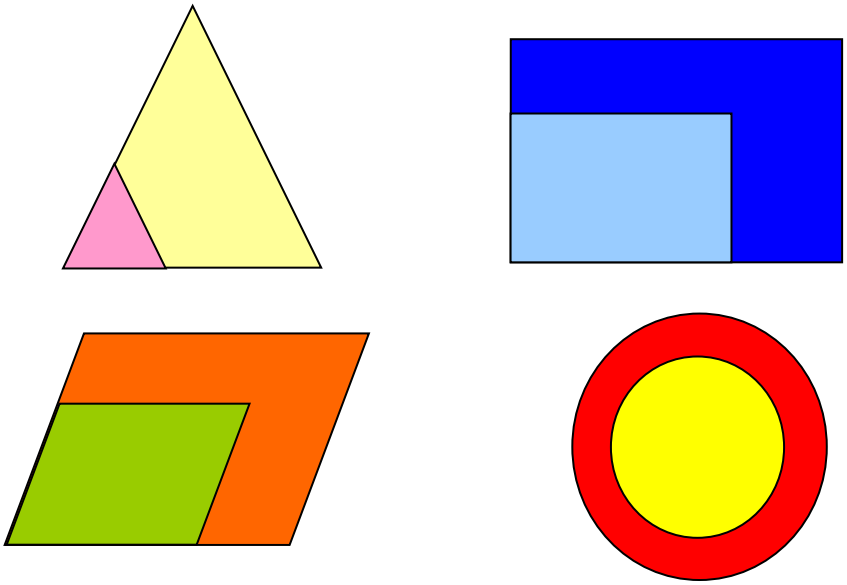
Ähnlichkeitsgeometrie I

Lösungen 1

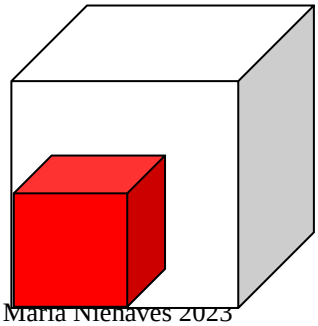
1. Aufgabe: a)



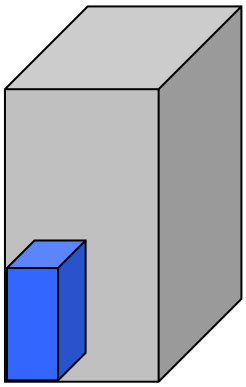
1. Aufgabe: b)



2. Aufgabe: a)



b)



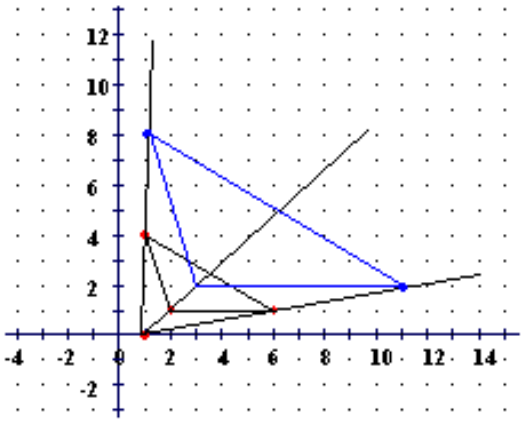
Der Quader ist im
Maßstab 1:3 dargestellt !

© Maria Nienaves 2023

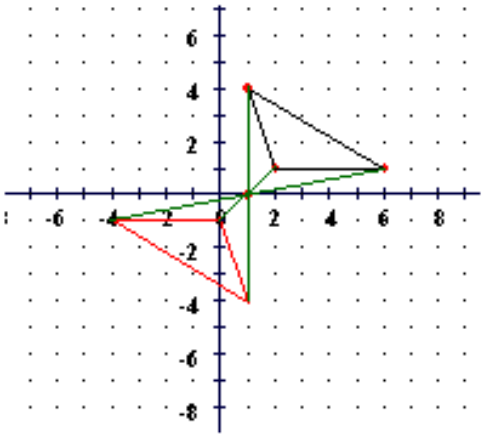
Ähnlichkeitsgeometrie I

Lösungen 2

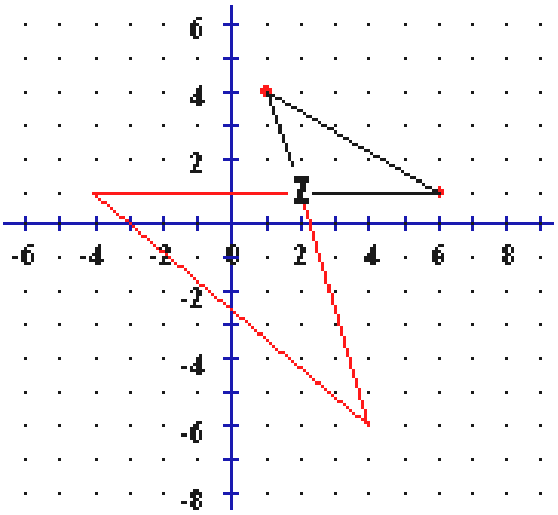
3. Aufgabe: a)



b)



c)



a) A'(2/8) B'(3/2) C'(11/2)

b) A'(1/-4) B'(0/-1) C'(-4/-1)

c) A'(4/-6) B'(2/1) C'(1/-4)

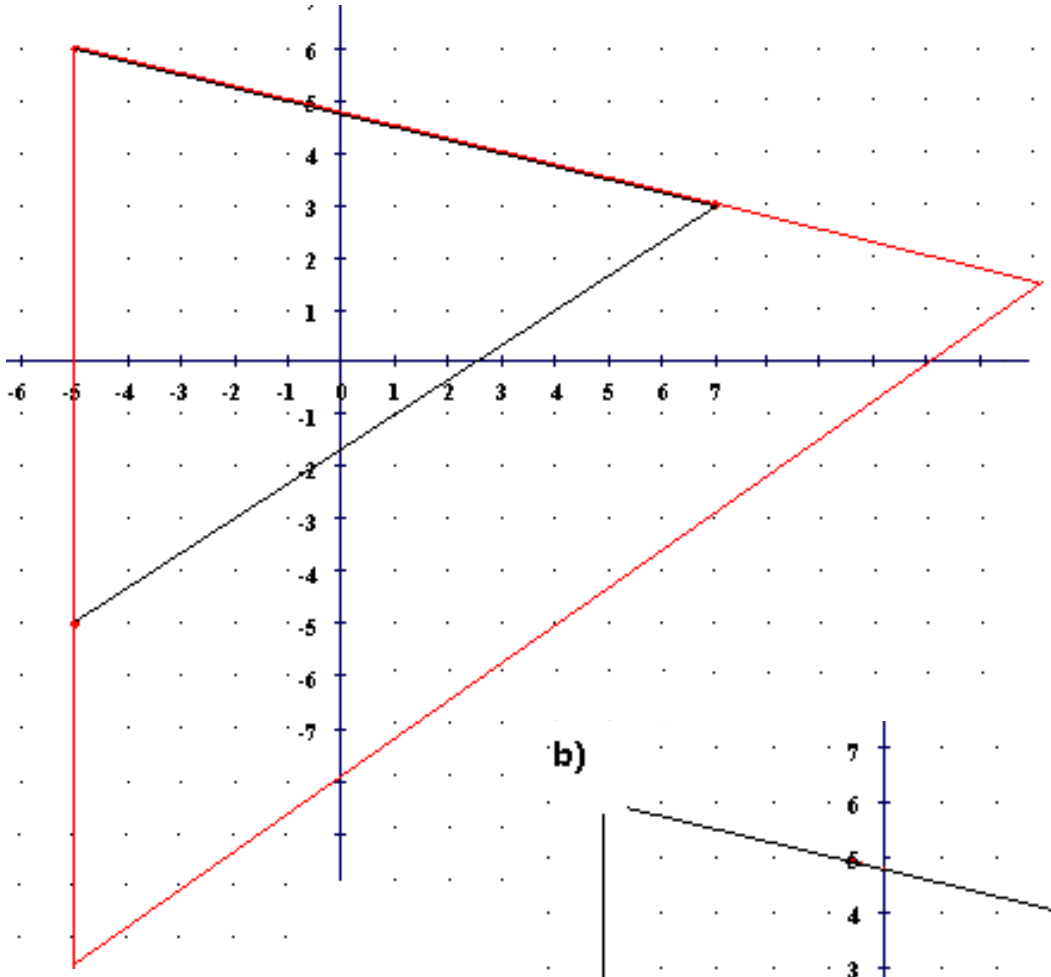
Alle entsprechenden Winkel bleiben erhalten.

© Maria Niehaves 2023

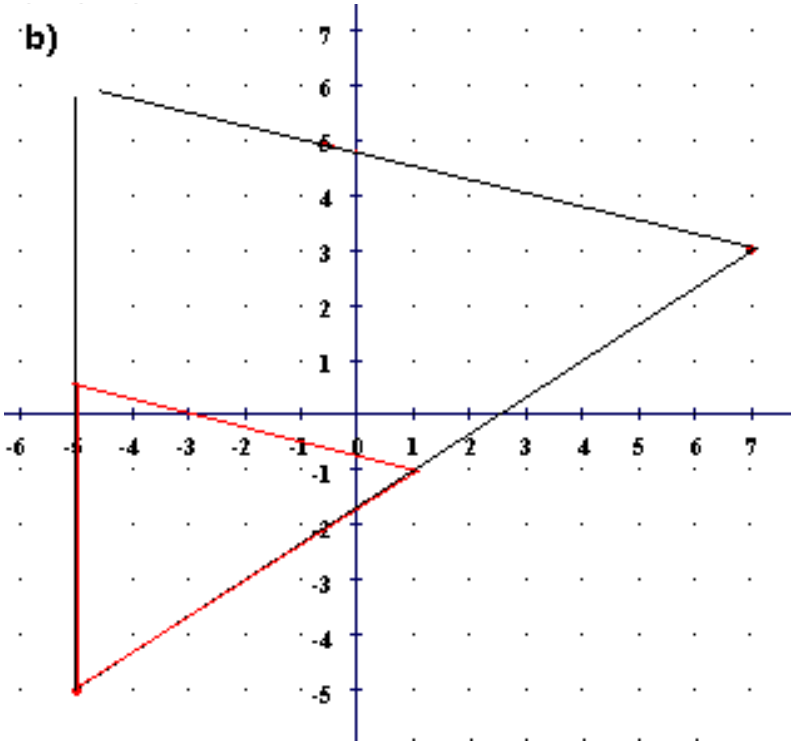
Ähnlichkeitsgeometrie I

Lösungen 3

4. Aufgabe: a)



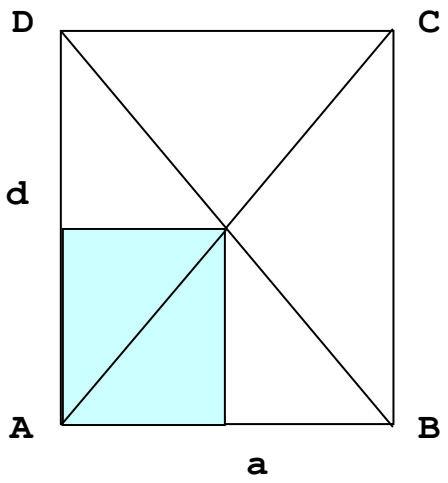
b)



Ähnlichkeitsgeometrie I

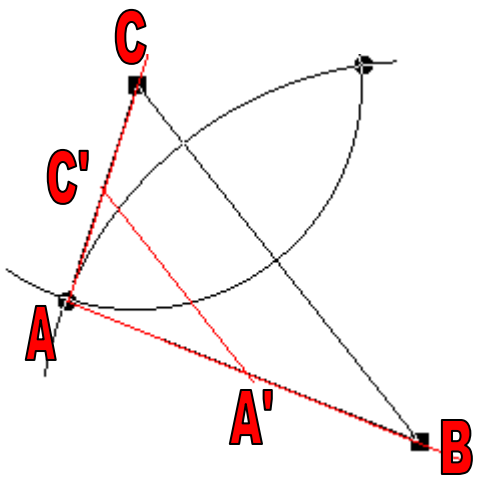
Lösungen 4

5. Aufgabe:



1. Zeichne das Rechteck.
2. Trage die Diagonalen ein.
3. Konstruiere die Mittelsenkrechten auf die Seiten a und d.
4. Diese schneiden sich in D'.

6. Aufgabe: a)



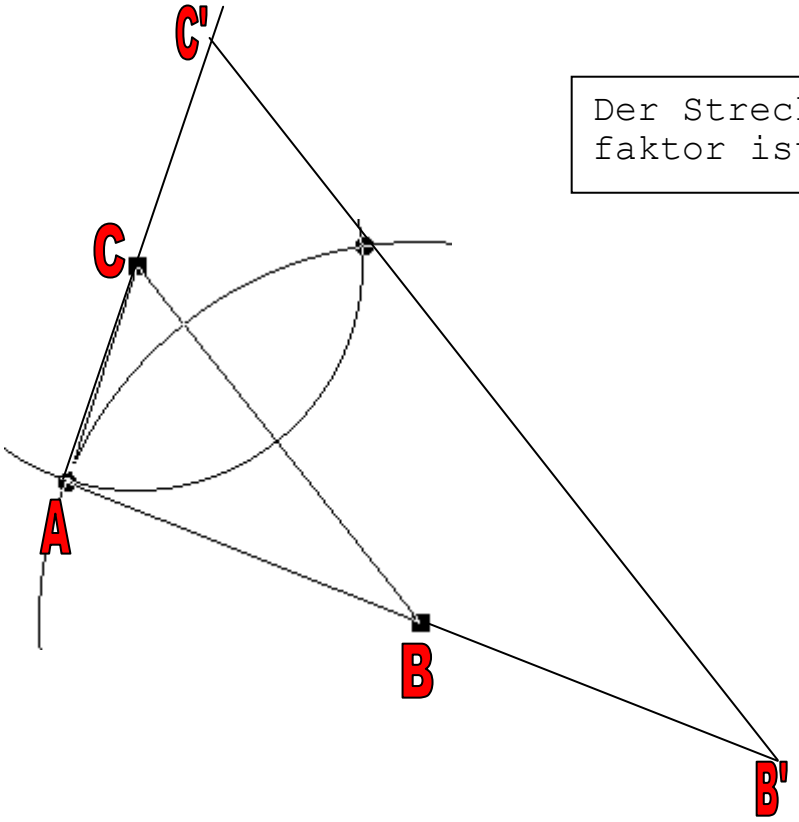
1. Konstruktion des Dreiecks ABC mit dem Kongruenzsatz SSS.
2. Halbieren der Seiten c und b.
3. Verbinden der beiden Punkte A' und C' zu dem gesuchten Dreieck A'B'C'.

© Maria Niehaves 2023

Ähnlichkeitsgeometrie I

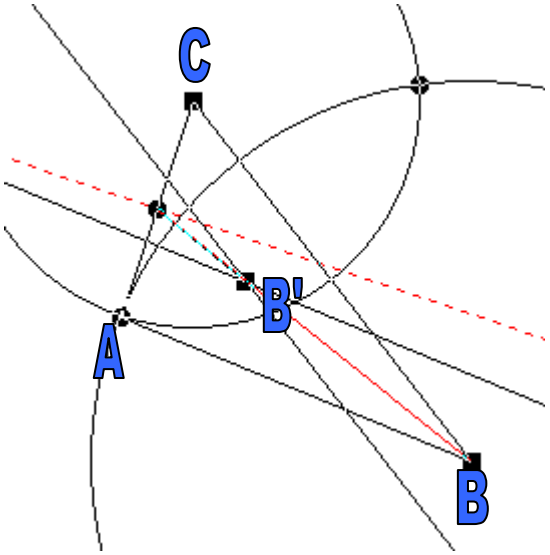
Lösungen 5

6. Aufgabe: b)



Der Streckungs-
faktor ist k = 2.

c)



1. Konstruktion des Dreiecks ABC mit dem Kongruenzsatz SSS.
2. Halbieren der Seite b.(Mittelsenkrechte)
3. Seitenhalbierende des Dreiecks ABC s_b eintragen.
4. Im Dreieck A'B'C' ist s_b = 1,5 cm ⇒ B'.
5. Die Parallelen zu a und c sind die gesuchten Dreiecks-seiten.

© Maria Niehaves 2023

Ähnlichkeitsgeometrie II

Konstruiere auf einem Karoblatt!

1. Aufgabe: Zeichne folgende Dreiecke. Welche Dreiecke sind ähnlich ?

a) $\alpha = 45°$, $\beta = 62°$, $c = 8$ cm

b) $a = 90$ mm, $\gamma = 73,°\beta = 62°$

c) $\beta = 62°$, $b = 10$ cm, $\gamma = 55°$

d) $\alpha = 45°$, $\gamma = 73°$, $b = 110$ mm

e) $c = 100$ mm, $\alpha = 73°$, $\beta = 45°$

2. Aufgabe: Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck ($\alpha = 90°$).

a) $a = 6,4$ cm $b : c = 5 : 4$

b) $b : a = 3,5 : 6,5$; $c = 3,6$ cm

3. Aufgabe: In einer Bauzeichnung mit dem Maßstab 1 : 40 hat die Küche die Maße 12 cm x 8 cm. Reicht es, wenn der Bauherr 20 m² Bodenfliesen kauft?

© Maria Niehaves 2023

Ähnlichkeitsgeometrie II

Lösungen

1. Aufgabe: Zeichne folgende Dreiecke. Welche Dreiecke sind ähnlich ?

a) $\alpha = 45°$, $\beta = 62°$, $c = 8$ cm
WSW

b) $a = 90$ mm, $\gamma = 73,°\beta = 62°$
WSW

c) $\beta = 62°$, $b = 10$ cm, $\gamma = 55°$
SWW

d) $\alpha = 45°$, $\gamma = 73°$, $b = 110$ mm
WSW ($\beta = 62°$)

e) $c = 100$ mm, $\alpha = 73°$, $\beta = 45°$
WSW

Es sind a), b), d) und e) ähnlich.

2. Aufgabe: Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck ($\alpha = 90°$).

a) $a = 6,4$ cm $b : c = 5 : 4$
Zuerst wird ein rechtwinkliges Dreieck mit $b = 5$ cm und $c = 4$ cm
konstruiert. Durch Streckung erhält man $a = 6,4$ cm..
Das Zentrum ist A.

b) $b : a = 3,5 : 6,5$; $c = 3,6$ cm

Zuerst wird ein rechtwinkliges Dreieck mit $b = 3,5$ cm und $a = 6,5$ cm konstruiert. Durch Streckung erhält man $c = 3,6$ cm.
Das Zentrum ist C.

3. Aufgabe: In einer Bauzeichnung mit dem Maßstab 1 : 40 hat die Küche die Maße 12 cm x 8 cm. Reicht es, wenn der Bauherr 20 m² Bodenfliesen kauft ?

12 cm · 40 = 480 cm = 4,8 m A = 4,8 · 3,2 cm² = 15,36 cm²
8 cm · · 40 = 320 cm = 3,2 m

Es wird auf jeden Fall reichen.

© Maria Niehaves 2023

Ähnlichkeitsgeometrie III

Entscheide, ob wahr oder falsch ! Finde das Lösungswort.

a) Bei einer zentrischen Streckung wird Z auf sich selbst abgebildet.

b) Ist der Streckungsfaktor $|k| < 0$, liegt eine Verkleinerung vor.

c) Bei einer zentrischen Streckung verändern sich die Größen entsprechender Winkel nicht.

d) Ähnliche Figuren sind immer kongruent.

e) Wenn zwei ähnliche Dreiecke in zwei Winkeln übereinstimmen, werden sie auch in drei Winkeln übereinstimmen.

f) Bei einer zentrischen Streckung gehen Geraden in senkrechte Bildgeraden über.

g) Ist $k < 0$, liegt das Bild immer auf der "anderen Seite" von Z.

h) Zwei Fünfecke sind einander ähnlich, wenn diese regelmäßig sind.

i) Sind zwei Dreiecke im Verhältnis zweier Seiten und dem Gegenwinkel der größeren Seite gleich, dann sind sie ähnlich.

k) Der Streckungsfaktor muss immer positiv sein.

l) Eine Punktspiegelung ist eine Streckung mit $k = 1$.

m) Ist der Streckungsfaktor $k = 0$, so liegt eine identische Abbildung vor.

Aufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)	k)	l)	m)
falsch	O	E	E	N	L	I	C	S	E	E	H	T
richtig	A	B	H	R	H	A	U	H	K	N	I	S

© Maria Niehaves 2023

Ähnlichkeitsgeometrie III

Lösungen

Entscheide, ob wahr oder falsch ! Finde das Lösungswort.

a) Bei einer zentrischen Streckung wird Z auf sich selbst abgebildet.

b) Ist der Streckungsfaktor $|k| < 0$, liegt eine Verkleinerung vor.

c) Bei einer zentrischen Streckung verändern sich die Größen entsprechender Winkel nicht.

d) Ähnliche Figuren sind immer kongruent.

e) Wenn zwei ähnliche Dreiecke in zwei Winkeln übereinstimmen, werden sie auch in drei Winkeln übereinstimmen.

f) Bei einer zentrischen Streckung gehen Geraden in senkrechte Bildgeraden über.

g) Ist $k < 0$, liegt das Bild immer auf der "anderen Seite" von Z.

h) Zwei Fünfecke sind einander ähnlich, wenn diese regelmäßig sind.

i) Sind zwei Dreiecke im Verhältnis zweier Seiten und dem Gegenwinkel der größeren Seite gleich, dann sind sie ähnlich.

k) Der Streckungsfaktor k muss immer positiv sein.

l) Eine Punktspiegelung ist eine Streckung mit $k = 1$.

m) Ist der Streckungsfaktor $k = 0$, so liegt eine identische Abbildung vor.

Aufgabe	Nr.	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)	k)	l)	m)
falsch	falsch	O	E	E	N	L	I	C	L	S	E	H	T
richtig	wahr	A	B	H	S	W	O	H	H	K	O	I	S

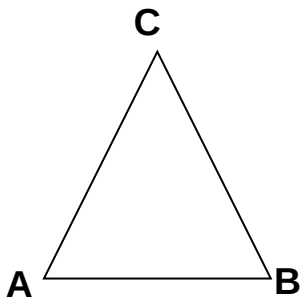
© Maria Niehaves 2023

Ähnlichkeitsgeometrie IV

1. Bilde folgende Figur mit dem Streckungsfaktor

a) k = 1,7 b) k = -2,6 c) k = - 2

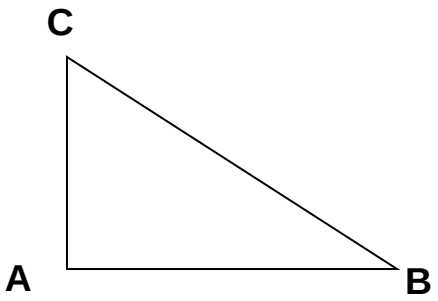
Das Zentrum Z soll A sein.



2. Bilde folgende Figur mit dem Streckungsfaktor

a) k = - 0,75 b) k = 1,25 c) k = - 2 ab.

Das Zentrum Z soll B sein.



© Maria Niehaves 2023

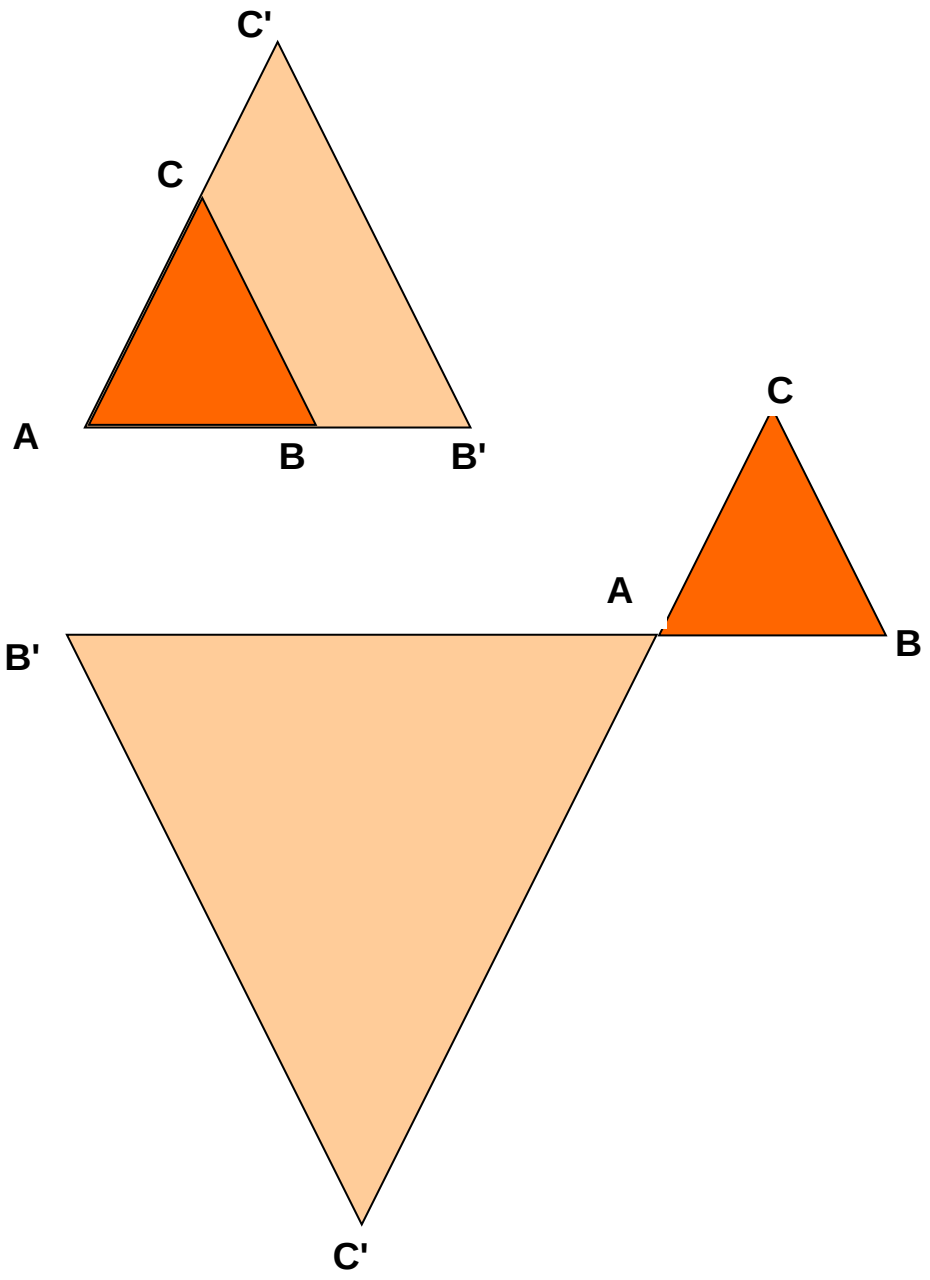
Ähnlichkeitsgeometrie IV

Lösungen 1

1. Bilde folgende Figur mit dem Streckungsfaktor

a) k = 1,7 b) k = -2,6

Das Zentrum Z soll A sein.



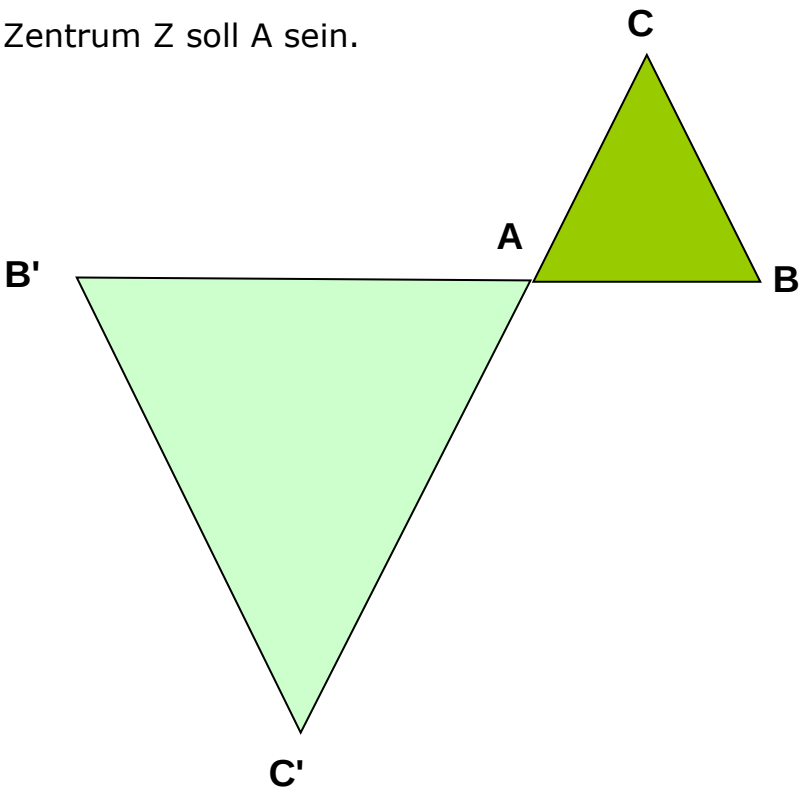
Ähnlichkeitsgeometrie IV

Lösungen 2

1. Bilde folgende Figur mit dem Streckungsfaktor

c) k = -2

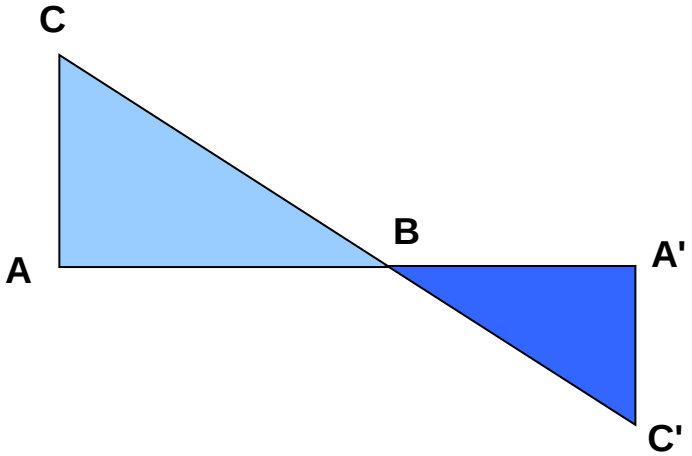
Das Zentrum Z soll A sein.



2. Bilde folgende Figur mit dem Streckungsfaktor

a) k = - 0,75

Das Zentrum Z soll B sein.



© Maria Niehaves 2023

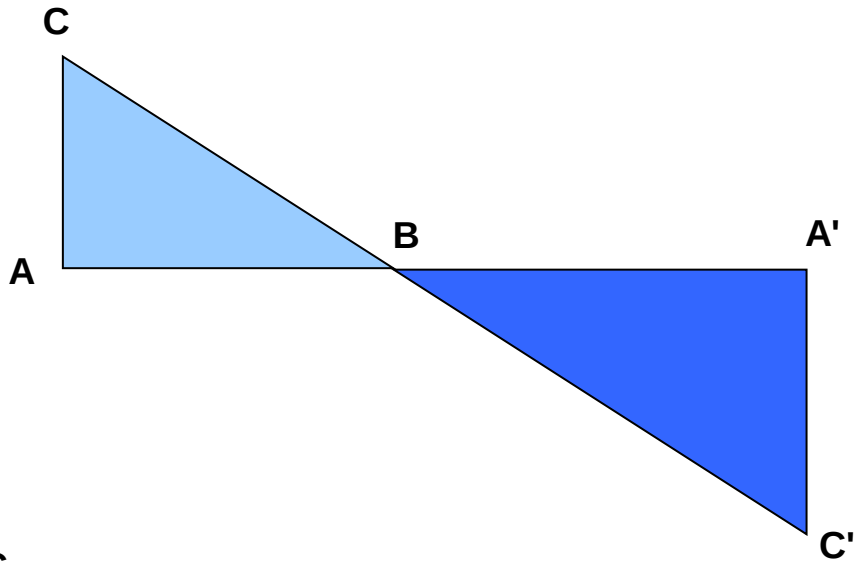
Ähnlichkeitsgeometrie IV

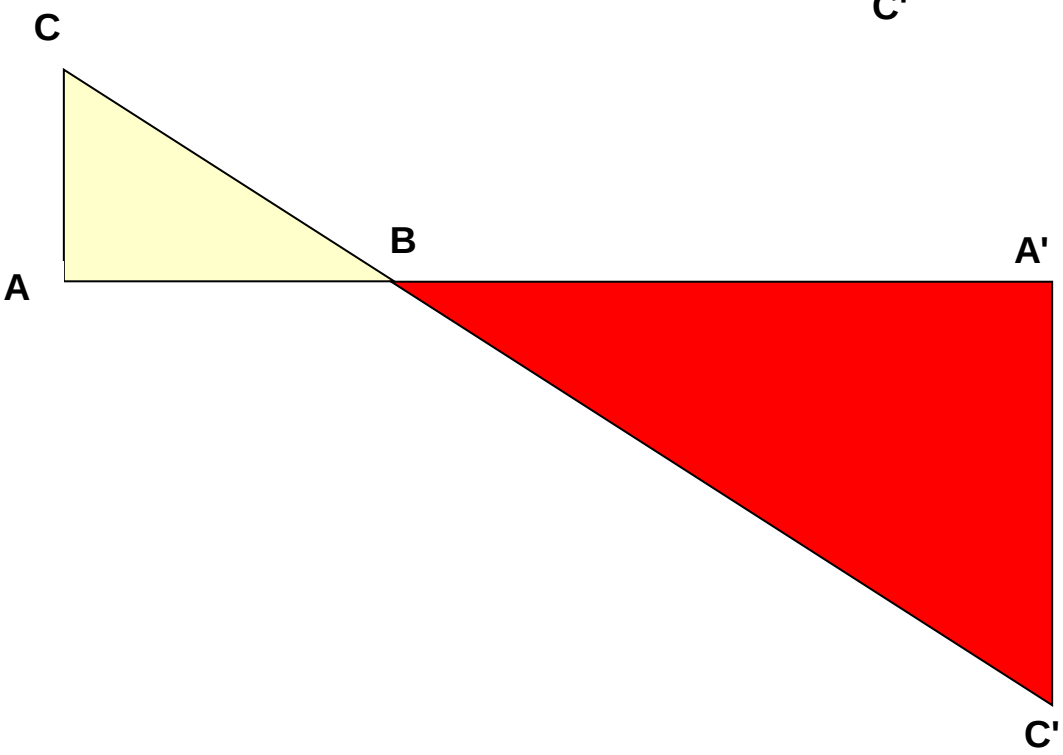
Lösungen 3

2. Bilde folgende Figur mit dem Streckungsfaktor

b) k = 1,25 c) k = - 2 ab.

Das Zentrum Z soll B sein.





© Maria Niehaves 2023

Ähnlichkeitsgeometrie V

1. Zeichne das Dreieck ABC , das Zentrum Z und den Bildpunkt A'. Konstruiere das Bilddreieck und bestimme k.

a) A(1|2), B (4|2), C(0|4), Z(0|0) und A'(2|4)

b) A(-5|-3), B (-2|-5), C(-4|-1), Z(0|-2) und A'(5|1)

c) A(6|1), B (5|4), C(1|3), Z(4|-1) und A'(1|-4)

2. In einen Kreis mit r = 6 cm soll ein Rechteck mit dem Seitenverhältnis a:b = 2:5 einbeschrieben werden.

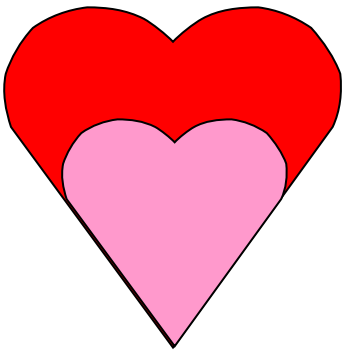
3. Zeichne einen Halbkreis mit r = 5 cm und beschreibe

a) ein Quadrat ein, dessen eine Seite auf dem Durchmesser liegt.

b) ein Rechteck mit den Seitenverhältnis a:b = 3:4.

c) ein Rechteck, dessen Diagonalen einen Winkel von 120° miteinander bilden.

4. Löse ! Wie groß ist k ?



© Maria Niehaves 2023

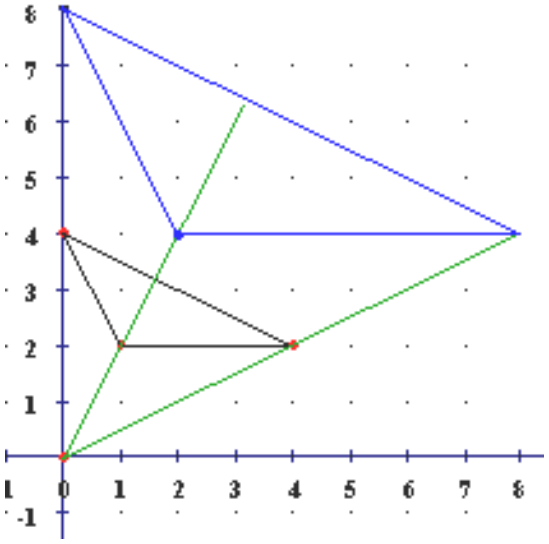
Ähnlichkeitsgeometrie V

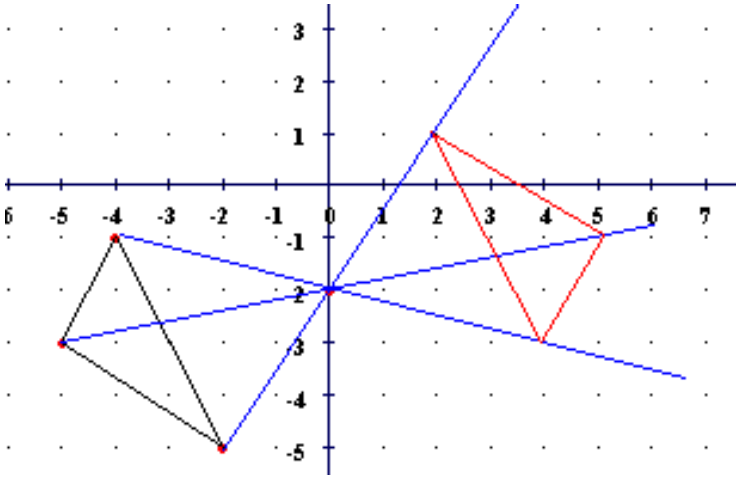
Lösungen 1

1. Zeichne das Dreieck ABC , das Zentrum Z und den Bildpunkt A'. Konstruiere das Bilddreieck und bestimme k.

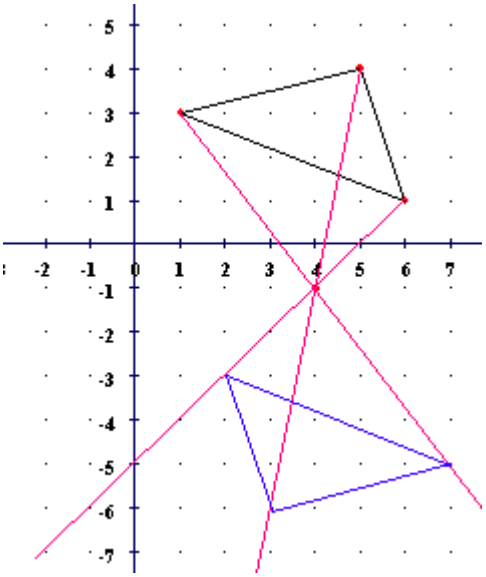
a) A(1|2), B (4|2), C(0|4), Z(0|0) und A'(2|4)

b) A(-5|-3), B (-2|-5), C(-4|-1), Z(0|-2) und A'(5|1)





c) A(6|1), B (5|4), C(1|3), Z(4|-1) und A'(2|-3)



Ähnlichkeitsgeometrie V

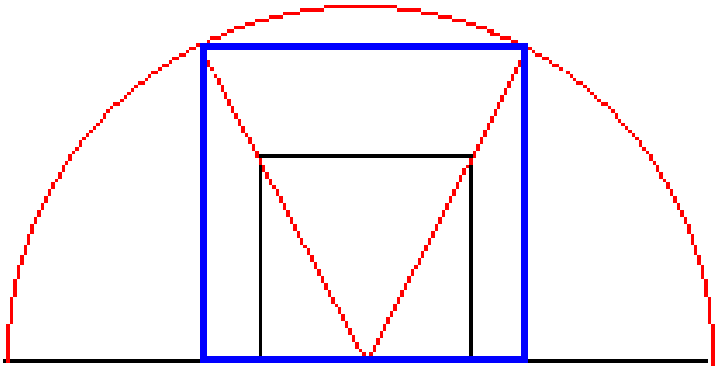
Lösungen 2

2. In einen Kreis mit r = 6 cm soll ein Rechteck mit dem Seitenverhältnis a:b = 3:5 einbeschrieben werden.

Zeichne zuerst das Rechteck mit a = 3 cm und b = 5 cm. Der Schnittpunkt der Diagonalen ist der Mittelpunkt des Umkreises. Zeichne nun einen konzentrischen Kreis um diesen Mittelpunkt mit r = 6 cm. Strecke das Rechteck mit Z = M, so dass die Eckpunkte des Rechtecks auf dem Kreisbogen liegen.

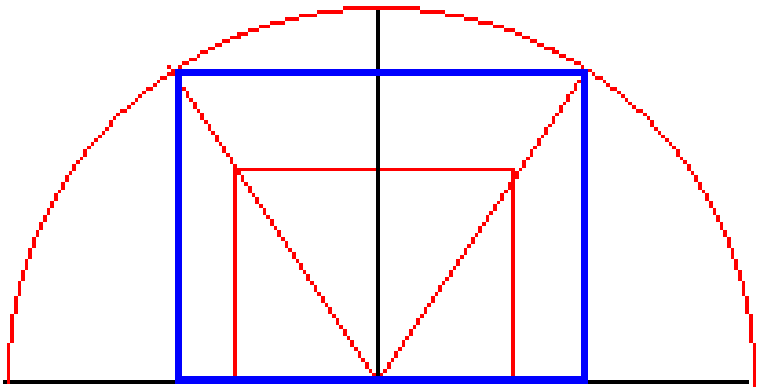
3. Zeichne einen Halbkreis mit r = 5 cm und beschreibe

a) ein Quadrat ein, dessen eine Seite auf dem Durchmesser liegt.



Das Quadrat liegt mit der Mitte einer Seite zentriert zum Mittelpunkt des Halbkreises. Von dort aus wird es mit Z = M gestreckt.

b) ein Rechteck mit den Seitenverhältnis a:b = 3:4.



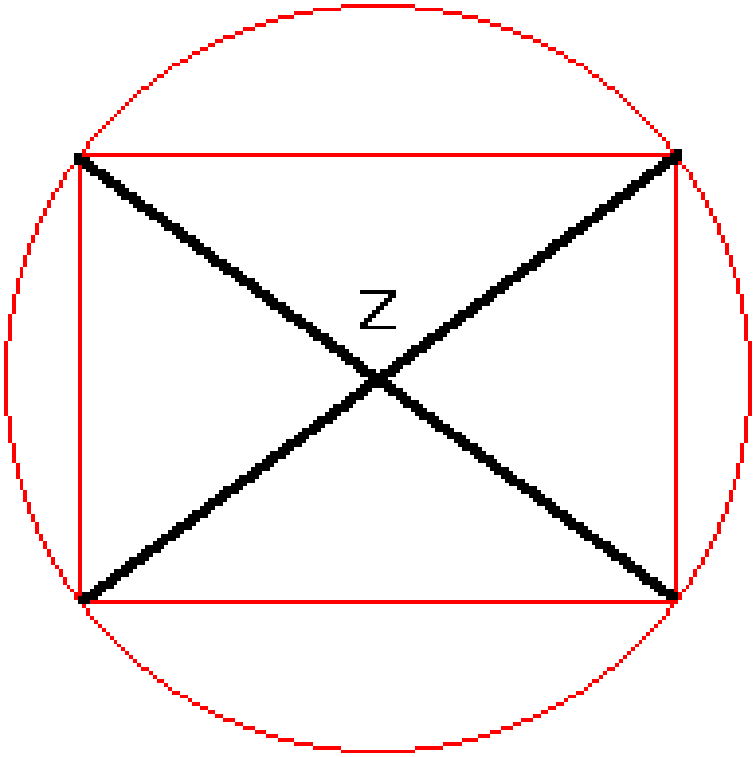
Das Rechteck liegt mit der Mitte einer Seite zentriert zum Mittelpunkt des Halbkreises. Von dort wird es mit Z = M gestreckt.

© Maria Niehaves 2023

Ähnlichkeitsgeometrie V

Lösungen 3

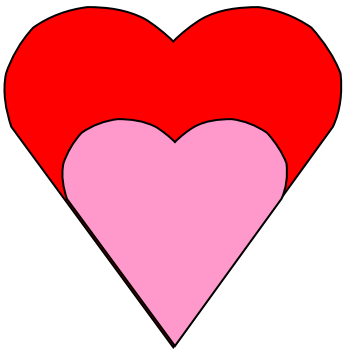
c) ein Rechteck, dessen Diagonalen einen Winkel von 120° miteinander bilden.



Zeichne ein beliebiges Rechteck mit dem entsprechenden Winkel. Der Schnittpunkt der Diagonalen ist Z. Von dort aus wird das Rechteck gestreckt.

4. Löse ! Wie groß ist k ?

k = 1,5



© Maria Niehaves 2023

Ähnlichkeitsgeometrie VI

1. Zeichne ein Dreieck aus:

a) $h_a : h_b = 6 : 9$
$\beta = 55°$
$a = 5{,}6$ cm

b) $h_b : h_c = 5 : 6$
$\beta = 58°$
$b = 6{,}4$ cm

2. Die Seiten eines Dreiecks sind a = 5 cm, b = 85 mm und c = 10,5 cm, die Höhe h_c = 4 cm lang. Berechne die Länge von h_a und h_b.

3. Berechne die fehlende Strecke. Zeichne, falls nötig. Runde auf 2 Dezimalen.

a) $\overline{AC}$ = 20,2 cm $\overline{AB}$ = 13 cm $\overline{AB'}$ = 19 cm $\overline{AC'}$ = _____

b) $\overline{AC}$ = 5,25 m $\overline{BC}$ = 7 cm $\overline{AB'}$ = 9 m $\overline{B'C'}$ = _____

c) $\overline{BC}$ = 12 cm $\overline{AB}$ = 15 mm $\overline{AB'}$ = 30 mm $\overline{B'C'}$ = _____

4. Teile eine Strecke von 10 cm in

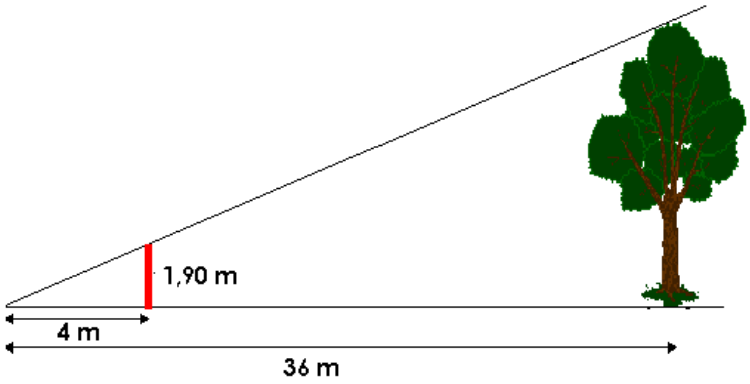
a) 3 gleiche Teile b) 5 gleiche Teile c) 8 gleiche Teile.

5. Verkleinere folgende Strecken. Überprüfe durch Rechnung.

a) 6 cm im Verhältnis 5 : 7

b) 13 cm im Verhältnis von 2 : 6

6. Heinrich-Theodor sitzt vor seinem Haus und schaut den Vögeln in seinem Baum zu. Nach einiger Zeit überlegt er, wie groß wohl der Baum gewachsen ist.
Da die Sonne scheint, ist das sehr einfach. Er holt seine 1,90 m lange Stehleiter und stellt sie so auf, dass ihr Schatten von dem Baum genau überdeckt ist. (vgl. Zeichnung) Der Schatten des Baumes ist 36 m, der Abstand der Leiter vom Ende des Schattens 1,90 m. Wie hoch ist der Baum?



© Maria Niehaves 2023

Ähnlichkeitsgeometrie VI

Lösungen 1

1. Zeichne ein Dreieck aus:

a) $h_a : h_b = 6 : 9$
$\beta = 55°$
$a = 5{,}6$ cm

b) $h_b : h_c = 5 : 6$
$\beta = 58°$
$b = 6{,}4$ cm

Es lässt sich jedes Mal eine weitere Seite berechnen, weil

a) $h_a : h_b = a : b \Rightarrow b = 8{,}4$ cm (ssw)
b) $h_b : h_c = b : c \Rightarrow c = 7{,}68$ cm (ssw)

Danach lässt sich jedes Dreieck mit Hilfe der genannten Kongruenzsätze konstruieren.

2. Die Seiten eines Dreiecks sind a = 50 mm, b = 8,5 cm und c = 10,5 cm, die Höhe h_c = 40 mm lang. Berechne die Länge von h_a und h_b.

$h_c : h_a = a : c \Rightarrow 4 : h_a = 5 : 10{,}5 \Rightarrow h_a = 8{,}4$ cm

$h_b : h_a = a : b \Rightarrow h_b : 8{,}4 = 5 : 8{,}5 \Rightarrow h_b \approx 5{,}06$ cm

3. Berechne die fehlende Strecke. Zeichne, falls nötig.

a) $\overline{AC} = 20{,}2$ cm $\overline{AB} = 13$ cm $\overline{AB'} = 19$ cm

$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AC'}}{\overline{AB'}}$ □ $\overline{AC'} = 29{,}52$ [cm]

b) $\overline{AC} = 5{,}25$ m $\overline{BC} = 7$ cm $\overline{AB'} = 9$ m

$\overline{AC} - \overline{BC} = \overline{AB} = 5{,}18$ [m] $\overline{AC'} - \overline{AB'} = \overline{B'C'} = 0{,}12$ [m]

$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AC'}}{\overline{AB'}}$ □ $\overline{AC'} = 9{,}12$ [m]

c) $\overline{BC} = 12$ cm $\overline{AB} = 15$ mm $\overline{AB'} = 30$ mm

$\frac{\overline{AB'}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$ □ $\overline{B'C'} = 24$ [mm]

© Maria Niehaves 2023

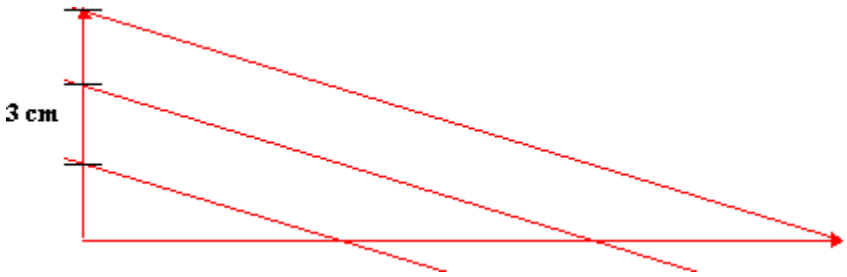
Ähnlichkeitsgeometrie VI

Lösungen 2

4._Teile eine Strecke von 10 cm in

a) 3 gleiche Teile b) 5 gleiche Teile c) 8 gleiche Teile.

a) 1. Strahl: Bei 10 cm (1 E = 1 cm)
und 2. Strahl: Bei 3 cm (1 E = 1 cm) markieren.
(vgl. Zeichnung)



b) ebenso: 1. Strahl 10 cm und 2. Strahl 5 cm.

c) ebenso: 1. Strahl 10 cm und 2. Strahl 8 cm.

5. Verkleinere folgende Strecken. Überprüfe durch Rechnung.

a) 6 cm im Verhältnis 5 : 7

$$\frac{6}{x} = \frac{7}{5} \quad \square \quad x = 4{,}29 \text{ [cm]}$$

b) 13 cm im Verhältnis von 2 : 6

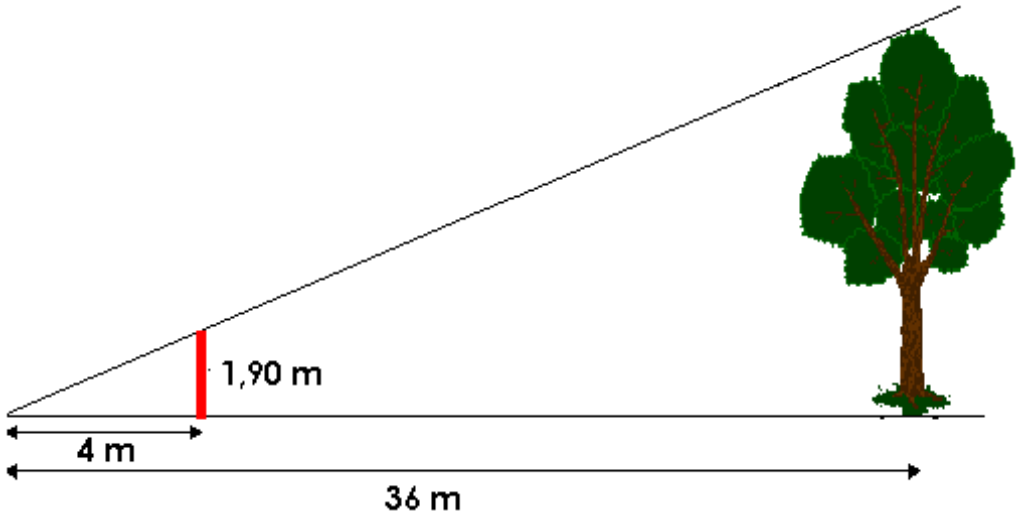
$$\frac{13}{x} = \frac{6}{2} \quad \square \quad x = 4{,}33 \text{ [cm]}$$

© Maria Niehaves 2023

Ähnlichkeitsgeometrie VI

Lösungen 3

6. Heinrich-Theodor sitzt vor seinem Haus und schaut den Vögeln in seinem Baum zu. Nach einiger Zeit überlegt er, wie groß wohl der Baum gewachsen ist.
Da die Sonne scheint, ist das sehr einfach. Er holt seine 1,90 m lange Stehleiter und stellt sie so auf, dass ihr Schatten von dem Baum genau überdeckt ist. (vgl. Zeichnung) Der Schatten des Baumes ist 36 m, der Abstand der Leiter vom Ende des Schattens 3 m. Wie hoch ist der Baum ?

$$\frac{36}{4} = \frac{x}{1{,}90} \qquad \Rightarrow x = 17{,}10\ [m]$$

Der Baum ist 17,10 m hoch.