

Gegeben sei die Funktionenschar f_a mit der Funktionsgleichung :

$$f_a(x) = x^3/a + 3x^2 - 9ax \quad a \neq 0$$

- a) Berechnen Sie die Nullstellen, Hoch-, Tief- und Wendepunkte der Funktionenschar f_a .
- b) Auf welchen Kurven liegen Extrem- und Wendepunkte ?
- c) Zeichnen Sie den Graphen von f_a für $a=1/3$ über dem Intervall $-2 \leq x \leq 2$.
- d) Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Wendenormalen von $f_{1/3}$.
- e) Berechnen Sie den Flächeninhalt, den die Gerade $y = x/4 + 47/36$ mit dem Graphen der Funktion $f_{1/3}$ einschließt. Es sei bekannt, daß eine der drei Schnittstellen bei $x = -1/3$ liegt.

Lösung

Teil-	Erwartete	Bezug der Teilaufgaben			
Anforderungsber.	Leistungen	zum vorang. Unterricht	1	2	
3					
a	<ul style="list-style-type: none"> o $f(x)=x/a(x^2+3ax-9a^2)$ o $x_{N1}=0,$ o $x_{N23}=-3/2a \pm 1/2 \sqrt{45a^2}$ o $H(-3a \pm 27a^2), T(a \pm 5a^2)$ o $W(-a \pm 11a^2)$ 	<ul style="list-style-type: none"> o an anderen ähnlichen o Beispielen geübt 	<ul style="list-style-type: none"> o 3 o 3 o 2 	<ul style="list-style-type: none"> o o o 2 o 1 	<ul style="list-style-type: none"> o o o o
b	<ul style="list-style-type: none"> o $y_H=3x^2, y_T=-5x^2, y_W=11x^2$ 	<ul style="list-style-type: none"> o wie a 		<ul style="list-style-type: none"> o 6 	<ul style="list-style-type: none"> o
c		<ul style="list-style-type: none"> o wie a 		<ul style="list-style-type: none"> o 4 	<ul style="list-style-type: none"> o o o o o o o o o o o
d	<ul style="list-style-type: none"> o $f''(x)=6/ax+6$ o $x_W=-a=-1/3$ o $f'_{1/3}(-1/3)=-4$ o $y_N=1/4x+b$ o $11/9=-1/12+b$ o $b=47/36=1,31$ o $y_N=x/4 + 47/36$ 	<ul style="list-style-type: none"> o wie a o wegen der zu handhaben- o den Brüche schwierig 	<ul style="list-style-type: none"> o 1 o 1 o 1 o 1 	<ul style="list-style-type: none"> o 1 	<ul style="list-style-type: none"> o o o o o o o
e	<ul style="list-style-type: none"> o Schnittstellen mit Graph o HORNER-Schema auf: o $3x_S^3+3x_S^2-13/4x_S-47/36=0$ o $(x+1/3)(3x^2+2x-47/36)=0$ o $x_{S1}=-1,52 \quad x_{S2}=-1/3$ o $x_{S3}=0,86$ o Integral in zwei o Abschnitten berechnen o $A=3,01$ 	<ul style="list-style-type: none"> o wie a 		<ul style="list-style-type: none"> o 1 o 2 o 2 o 5 	<ul style="list-style-type: none"> o o o o o
			<ul style="list-style-type: none"> o 12 	<ul style="list-style-type: none"> o 24 	<ul style="list-style-type: none"> o