Lk	Mathematik-Klausur	12

Fachlehrer: www.helmut-hupfeld.de Datum: 13. Oktober 1997

Aufgabe 1

Gegeben sei die Funktionenschar f_a mit der Funktionsgleichung :

$$f_a(x) = -\tfrac{1}{2}x^5 + \tfrac{5}{2}ax^3 - 2x$$

a) Berechnen Sie die Null-, Extrem- und Wendestellen der Funktionenschar f_a. Geben Sie an, ob und wenn ja für welche Werte für a solche Stellen existieren.

b) Zeichnen Sie den Graphen von f_a für a=1 und a=-1 über dem Intervall $-2 \leq x \leq 2$.

c) Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Wendenormalen und die Ortskurve der Wendepunkte.

d) Ordnen Sie in der beigefügten Abbildung den einzelnen Graphen Werte von a zu.

Aufgabe 2

Gegeben sei die Funktion:

$$f(x) = x^3 + x^2 + x$$

Berechnen Sie den Wendepunkt und verschieben Sie den Graphen in den Nullpunkt. Was schließen Sie aus dem Rechenergebnis ?
Zeichnen Sie beide Graphen.

Aufgabe 3

Berechnen Sie die Fläche, die der Graph der gegebenen Funktion f mit der x-Achse einschließt.

a) $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x$ b) $f(x) = x^3 + x^2 - 6x$

Aufgabe 4

Bestimmen Sie k so, dass der Graph der gegebenen Funktion f mit der x-Achse den angegebenen Flächeninhalt A einschließt.

a) $f(x) = x^2 + kx$ A = 64 b) $f(x) = kx^3 + 4x$ A = 16

Zusatzaufgabe

Berechnen Sie: $\sum_{1}^{n} k^5$

a) Wie setzt man die Rechnung an ? Führen Sie den Ansatz durch.
b) Zeigen Sie, dass man nach wenigen Umwandlungsschritten folgendes Zwischenergebnis erhält:

$$\sum_{1}^{n} k^5 = \frac{1}{6}(n+1)\left[(n+1)^5 - \frac{n}{2}(2n+1)(3n^2+3n-1) - 5n^2(n+1)^2 - \frac{5}{2}n(2n+1) - 3n - 1\right]$$

c) Zeigen Sie, dass sich die große Klammer zu:

$$n^5 + 2n^4 + \frac{1}{2}n^3 - \frac{1}{2}n^2$$ vereinfachen läßt.

d) Zeigen Sie, dass sich dann die Formel für die Gesamtsumme folgendermaßen zusammenfassen läßt:

$$\sum_{1}^{n} k^5 = \frac{1}{12} n^2(n+1)^2(2n^2+2n-1).$$